

Guilherme Martignago Zilli

**CONTRIBUIÇÕES À TÉCNICA DE CONFORMAÇÃO DE
FEIXE DE POSTO REDUZIDO BASEADA NO CRITÉRIO
MVDR**

Dissertação submetida ao Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
da Universidade Federal de Santa
Catarina para a obtenção do Grau de
Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Luiz
Ortiz Batista.

Coorientador: Prof. Dr. Rui Seara.

Florianópolis
2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Zilli, Guilherme Martignago
Contribuições à técnica de Conformação de Feixe de
Posto Reduzido baseada no Critério MVDR / Guilherme
Martignago Zilli; orientador, Eduardo Luiz Ortiz Batista;
coorientador, Rui Seara. - Florianópolis, SC, 2016.
86 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica.

Inclui referências

1. Engenharia Elétrica. 2. Algoritmos Adaptativos. 3.
Conformação de Feixe. 4. Redução de Posto. I. Batista,
Eduardo Luiz Ortiz. II. Seara, Rui. III. Universidade
Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica. IV. Título.

Guilherme Martignago Zilli

**CONTRIBUIÇÕES À TÉCNICA DE CONFORMAÇÃO DE
FEIXE DE POSTO REDUZIDO BASEADA NO CRITÉRIO
MVDR**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração *Comunicações e Processamento de Sinais*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina

Florianópolis, 8 de março de 2016

Prof. Carlos Galup Montoro, Dr.

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Eduardo Luiz Ortiz Batista, Dr. - UFSC
Orientador

Prof. Rui Seara, Dr. - UFSC
Coorientador

Prof. Walter Pereira Carpes Junior, Dr. - UFSC

Prof. Bartolomeu Ferreira Uchôa Filho, Dr. - UFSC

Prof. Hans Helmut Zürn, Dr. - UFSC

Dedico este trabalho aos meus pais,
Lino e Eliane.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Eduardo Luiz Ortiz Batista, meu orientador, pela amizade, pelo apoio e pelas diversas conversas e palavras de motivação ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Rui Seara, meu coorientador, pelo apoio e pelas relevantes contribuições para o desenvolvimento e escrita deste trabalho.

Aos meus pais, Lino e Eliane, pela compreensão e por todas as palavras de incentivo.

Ao colega Ciro A. Pitz, que me introduziu ao tema, pela amizade, pelas relevantes contribuições ao trabalho e por todos os ensinamentos.

A todos os colegas do Laboratório de Circuitos e Processamento de Sinais – LINSE, pela amizade, pela troca de informação e de conhecimento e pela colaboração dentro do nosso ambiente de trabalho, que fizeram destes dois anos uma experiência muito valiosa. Em especial, aos colegas Eduardo Kuhn, Marcos Matsuo, Hermes Barbosa, Eduardo Beck, Ênio Silva, Raimundo Nonato, Douglas de Souza.

Ao Elton Fontão, pela amizade e por todo apoio oferecido dentro do LINSE, em especial, pelas contribuições com a confecção das figuras apresentadas neste trabalho. E também, aos outros membros do LINSE e amigos, André Schlichting, Augusto Hentz, Guilherme Steinmann, João Paulo Luz, Rodrigo Tessari, Rui Seara Jr., Sandra Kafka, Simone Klein, Prof. Sidnei Noceti Filho e Walter Gontijo.

Ao Bruno, pelo incentivo e também pela ajuda com a confecção das figuras apresentadas neste trabalho.

À banca examinadora, composta pelos professores Dr. Walter P. Carpes Jr, Dr. Bartolomeu F. Uchôa Filho e Dr. Hans Helmut Zürn, pela disponibilidade para avaliar e apresentar valiosas contribuições ao trabalho.

Por fim, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro, e à Universidade Federal de Santa Catarina e ao LINSE pela infraestrutura disponibilizada para realização deste trabalho.

RESUMO

Esta dissertação apresenta o desenvolvimento de um novo algoritmo adaptativo para conformação de feixe em arranjos de antenas com redução de posto. O novo algoritmo é baseado na estratégia de redução de posto proposta para o algoritmo JIO-CMV-SG (*joint and iterative optimization - constrained minimum variance - stochastic gradient*), que utiliza otimização conjunta e iterativa entre a matriz de redução de posto e os coeficientes do filtro de conformação de feixe. O algoritmo JIO-CMV-SG, conforme demonstrado neste trabalho, não é capaz de garantir, sob certas situações, ganho unitário na direção do SOI (*signal-of-interest*), como determinado pelo critério MVDR (*minimum variance distortionless response*). O algoritmo proposto foi formulado de modo que essa restrição seja sempre atendida, independente do cenário de operação considerado. Este trabalho apresenta também uma análise estocástica visando obter o modelo de primeira ordem do algoritmo proposto. Comparações entre o algoritmo proposto e os algoritmos JIO-CMV-SG e CLMS (*constrained least-mean-square*) em termos de complexidade computacional e de desempenho são também apresentadas. Resultados de simulações numéricas são mostrados a fim de comprovar a eficácia do algoritmo proposto.

Palavras chaves: Algoritmo adaptativo, arranjo de antenas, conformação de feixe, redução de posto.

ABSTRACT

This work presents a novel reduced-rank adaptive beamforming algorithm for antenna arrays. The new algorithm is based on the rank-reducing strategy proposed for the JIO-CMV-SG (joint and iterative optimization - constrained minimum variance - stochastic gradient) algorithm, which considers a joint-iterative optimization process to update both the rank-reducing matrix and the beamforming coefficients. The JIO-CMV-SG algorithm, as demonstrated in this document, is unable to ensure, under some circumstances, the unit gain constraint of the original MVDR (minimum variance distortionless response) criterion. The proposed algorithm was formulated in such a way that the unit gain constraint is always met, irrespective of the operating scenario. This dissertation also presents a first order stochastic model of the proposed algorithm as well as compares such an algorithm with the JIO-CMV-SG and the CLMS (constrained least-mean-square) in terms of computational burden and performance. The performance of these algorithms are assessed through numerical simulations, which confirm the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: Adaptive algorithm, antenna array, beamforming, rank reduction.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Arranjo Linear Uniforme com M sensores.	30
Figura 2.2 - Diagrama de um sistema de arranjo de antenas multiusuários operando em modo de recepção.	33
Figura 2.3 - Exemplo de diagrama de irradiação para um cenário com um usuário de interesse e 4 usuários interferentes.	34
Figura 4.1 - Representação geométrica do algoritmo proposto.....	58
Figura 5.1 - Exemplo 1. Curvas de SINR ao longo de 100000 iterações para um cenário estacionário com $M = 10$	62
Figura 5.2 - Exemplo 1. Curvas de SINR ao longo de 1000 iterações para um cenário estacionário com $M = 10$	63
Figura 5.3 - Exemplo 1. Diagramas de irradiação para um cenário estacionário com $M = 10$	63
Figura 5.4 - Exemplo 1. Curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário estacionário com $M = 10$	64
Figura 5.5 - Exemplo 1. Curvas de SINR ao longo de 100000 iterações para um cenário estacionário com $M = 100$	64
Figura 5.6 - Exemplo 1. Diagramas de irradiação para um cenário estacionário com $M = 100$	65
Figura 5.7 - Exemplo 1. Curvas de SINR para um cenário estacionário com $M = 10$ e inicialização diferente da proposta em [14].	66
Figura 5.8 - Exemplo 1. Curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário estacionário com $M = 10$ e inicialização diferente da proposta em [14].	66
Figura 5.9 - Exemplo 1. Curvas de SINR para um cenário estacionário com $M = 100$ e inicialização diferente da proposta em [14].	67
Figura 5.10 - Exemplo 1. Curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário	

estacionário com $M = 100$ e inicialização diferente da proposta em [14].	67
Figura 5.11 - Exemplo 2. Curvas de SINR para um cenário não estacionário com movimentação do SOI e $M = 10$	68
Figura 5.12 - Exemplo 2. Diagramas de irradiação para um cenário não estacionário com movimentação do SOI e $M = 10$	69
Figura 5.13 - Exemplo 2. Curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário não estacionário com movimentação do SOI e $M = 10$	69
Figura 5.14 - Exemplo 2. Curvas de SINR para um cenário não estacionário com movimentação do SOI e $M = 100$	70
Figura 5.15 - Exemplo 2. Curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário não estacionário com movimentação do SOI e $M = 100$	70
Figura 5.16 - Exemplo 3. Curvas de SINR para um cenário não estacionário com inserção de novo interferente $M = 10$	71
Figura 5.17 - Exemplo 3. Diagramas de irradiação para um cenário não estacionário com inserção de novo interferente e $M = 10$	71
Figura 5.18 - Exemplo 3. Curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário não estacionário com inserção de novo interferente e $M = 10$	72
Figura 5.19 - Exemplo 3. Curvas de SINR para um cenário não estacionário com inserção de novo interferente e $M = 100$	72
Figura 5.20 - Exemplo 4. Curvas de SINR para um cenário não estacionário com movimentação abrupta do SOI e $M = 10$	73
Figura 5.21 - Exemplo 4. Diagramas de irradiação para um cenário não estacionário com movimentação abrupta do SOI e $M = 10$	74
Figura 5.22 - Exemplo 4. Curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário não estacionário com movimentação abrupta e $M = 10$	74
Figura 5.23 - Exemplo 4. Curvas de SINR para um cenário não estacionário com movimentação abrupta do SOI e $M = 100$	75

Figura 5.24 - Exemplo 4. Curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário não estacionário com movimentação abrupta e $M = 100$	75
Figura A.1 - Exemplo de (a) projeção ortogonal e de (b) projeção oblíqua.	81
Figura A.2 - Representação geométrica da projeção oblíqua.	82

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Algoritmo Proposto	54
Tabela 4.2 - Complexidade computacional dos algoritmos	55

LISTA DE ABREVIATURAS

4G	<i>4 generation</i>
CLMS	<i>constrained least-mean-square</i>
DMI	<i>direct matrix inversion</i>
DOA	<i>direction of arrival</i>
ERB	<i>estação rádio base</i>
i.i.d.	<i>independente e identicamente distribuído</i>
JIO	<i>joint and iterative optimization</i>
JIO-CMV-SG	<i>joint and iterative optimization – constrained minimum variance – stochastic gradient</i>
LCMV	<i>linearly constrained minimum variance</i>
LMS	<i>least-mean-squares</i>
LTE	<i>long term evolution</i>
MC	<i>Monte Carlo</i>
MIMO	<i>multiple-input-multiple-output</i>
MU-MIMO	<i>multi-user – multiple-input-multiple-output</i>
MVDR	<i>minimum variance distortionless response</i>
NCOP	<i>nonlinearly constrained optimization problem</i>
PC	<i>principal components</i>
RLS	<i>recursive-least-square</i>
SINR	<i>signal-to-interference-plus-noise ratio</i>
SNOI	<i>signal-not-of-interest</i>
SOI	<i>signal-of-interest</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

M	número de antenas no arranjo
d	distância entre elementos de antenas consecutivos
$s_k(t)$	sinal transmitido pelo k -ésimo usuário
$\Delta\tau$	atraso de tempo na chegada do sinal entre elementos de antenas consecutivos
θ_s	ângulo de chegada do SOI
v_0	velocidade de propagação da onda
f_c	frequência da portadora
λ_c	comprimento de onda da portadora
$\Delta\psi$	atraso de fase do sinal incidente entre elementos de antenas consecutivos
$\mathbf{a}(\theta)$	vetor diretor
K	número de usuários
$\mathbf{r}(t)$	vetor do sinal recebido pelo arranjo de antenas
$\mathbf{n}(t)$	vetor de ruído presente no arranjo de antenas
$\mathbf{a}(\theta_s)$	vetor diretor do SOI
$\mathbf{w}(n)$	vetor de conformação de feixe
$x(n)$	saída do filtro de conformação de feixe
\mathbf{R}	matriz de autocorrelação do sinal de entrada
\mathbf{C}	matriz de restrições lineares
L	número de restrições lineares
\mathbf{f}	vetor de resposta das restrições lineares
λ	multiplicador de Lagrange
\mathbf{w}_{LCMV}	vetor de coeficientes ótimos LCMV
\mathbf{R}_s	matriz de autocorrelação do SOI
\mathbf{R}_{i+n}	matriz de autocorrelação das interferências mais ruído
\mathbf{w}_{MVDR}	vetor de coeficientes ótimos LCMV
σ^2	variância do ruído
σ_k^2	variância do sinal do k -ésimo usuário

σ_s^2	variância do sinal do SOI
μ	passo de adaptação
\mathbf{F}	matriz de recuperação da restrição linear
\mathbf{P}	operador de projeção no subespaço ortogonal à \mathbf{C}
\mathbf{S}_D	matriz de redução de posto
$\bar{\mathbf{x}}(n)$	saída do filtro de conformação de feixe de posto reduzido
$\bar{\mathbf{w}}(n)$	vetor de conformação de feixe de posto reduzido
$\bar{\mathbf{r}}(n)$	vetor do sinal recebido pelo arranjo de antenas de posto reduzido
$\bar{\mathbf{P}}$	operador de projeção no subespaço ortogonal à $\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)$
μ_s	passo de adaptação para matriz de redução de posto
μ_w	passo de adaptação para o vetor de conformação de feixe de posto reduzido
$\lambda_s(n)$	multiplicador de Lagrange para a matriz de redução de posto
$\lambda_w(n)$	multiplicador de Lagrange para o vetor de conformação de feixe de posto reduzido
$\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)$	vetor diretor de posto reduzido
$\bar{\mathbf{a}}_+(\theta_s)$	vetor diretor de posto reduzido a posteriori
$\bar{\mathbf{P}}_+$	operador de projeção no subespaço ortogonal ao vetor $\bar{\mathbf{a}}_+(\theta_s)$ ao longo da direção de $\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)$
$\hat{\mathbf{w}}(n)$	valor esperado do vetor de conformação de feixe
$\hat{\mathbf{S}}_D(n)$	valor esperado do vetor de conformação de feixe
$\hat{\mathbf{a}}(\theta_s)$	valor esperado do vetor diretor de posto reduzido
$\hat{\mathbf{a}}_+(\theta_s)$	valor esperado do vetor diretor de posto reduzido a posteriori
$\bar{\mathbf{R}}$	matriz de autocorrelação do sinal de entrada de posto reduzido
$\bar{\mathbf{R}}_{i+n}$	matriz de autocorrelação do sinal das interferências mais ruído de posto reduzido
$\hat{\mathbf{P}}_+$	valor médio de $\bar{\mathbf{P}}_+$

1	INTRODUÇÃO.....	25
1.1	Antenas Inteligentes	25
1.2	Proposta do Trabalho.....	27
1.3	Estrutura da Dissertação de Mestrado	27
1.4	Notação.....	28
2	PRINCÍPIOS DA CONFORMAÇÃO DE FEIXE.....	29
2.1	Arranjo de Antenas.....	29
2.2	Modelo de Sinais	30
2.3	Conformação Adaptativa de Feixe	32
2.4	Algoritmos adaptativos aplicados à Conformação de Feixe.	34
2.5	Conclusões.....	36
3	OS CRITÉRIOS LCMV E MVDR: SOLUÇÕES ÓTIMAS, ALGORITMOS E REDUÇÃO DE POSTO	37
3.1	Critério de Mínima Variância com Restrições Lineares.....	37
3.2	Algoritmo CLMS.....	41
3.3	Redução de Posto	43
3.4	Solução MVDR de Posto Reduzido	44
3.5	O Algoritmo JIO-CMV-SG.....	47
3.6	Conclusões.....	48
4	ALGORITMO DE CONFORMAÇÃO DE FEIXE DE POSTO REDUZIDO BASEADO NO CRITÉRIO MVDR.....	51
4.1	Algoritmo Proposto	51
4.2	Complexidade Computacional	55
4.3	Modelagem Estocástica do Algoritmo Proposto	56
4.4	Conclusões.....	59

5	SIMULAÇÕES E RESULTADOS.....	61
5.1	Exemplo 1	62
5.2	Exemplo 2	68
5.3	Exemplo 3	70
5.4	Exemplo 4	72
5.5	Conclusões	75
6	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	77
6.1	Sumário e Discussão dos Resultados	77
6.2	Trabalho Publicado	79
6.3	Sugestões para trabalhos Futuros	80
	APÊNDICE.....	81
A.	PROJEÇÕES OBLÍQUAS	81
	REFERÊNCIAS.....	83

INTRODUÇÃO

A evolução dos serviços de internet móvel e o desenvolvimento de sistemas de telefonia celular avançados têm impulsionado um aumento substancial no desenvolvimento de tecnologias de comunicação sem fio de banda larga [1]. Além disso, devido ao aumento do número de usuários e ao surgimento de novos serviços, como por exemplo, *streaming* de áudio e vídeo, espera-se um aumento substancial no tráfego de dados nos sistemas de comunicação móvel [2]. A necessidade de atender tal demanda torna-se um desafio para as operadoras de telefonia, uma vez que existem diversos fatores no ambiente de propagação que contribuem para a limitação da capacidade desses sistemas, além do próprio limite na ocupação espectral [2].

De acordo com [2] e [3], os sistemas de comunicação sem fio possuem alguns desafios característicos, tais como: (i) limitação de alocação espectral; (ii) ambiente de propagação e mobilidade dos usuários, que acarretam desvanecimento e espalhamento no tempo, espaço e frequência; (iii) restrição de potência dos dispositivos móveis; e (iv) interferência devido à reutilização de frequências. Para mitigar tais problemas e ainda alcançar altas taxas de transferência de dados com confiabilidade e robustez, as antenas inteligentes são apontadas como uma solução promissora [1], [2].

1.1 ANTENAS INTELIGENTES

O termo “antenas inteligentes”, segundo [4], é usado para caracterizar arranjos de antenas com ajuste dinâmico do padrão de irradiação. Nesses arranjos, os diferentes sinais que chegam ou saem das diferentes antenas, são processados através de algoritmos adaptativos no intuito de melhorar a qualidade da recepção e/ou da transmissão [5]. Tal melhoria é obtida em função da capacidade desses arranjos de antenas adaptativos em direcionar – ou conformar – o feixe principal do seu padrão de irradiação na direção do sinal de interesse (SOI – *signal-of-interest*), enquanto buscam suprimir os sinais de não-interesse (SNOI –

signal-not-of-interest), podendo localizar e rastrear dinamicamente os sinais [2].

Dentre as vantagens do uso de antenas inteligentes, são apontadas em [5] o aumento da área de cobertura e da capacidade dos sistemas, e a melhoria na qualidade da conexão e na estimação da posição dos usuários. O aumento da área de cobertura é obtido devido ao processo de conformação de feixe que possibilita direcionar maior parte da potência propagada pelo arranjo para a direção do SOI. Isso permite alcançar maiores distâncias com a mesma potência de transmissão, ou reciprocamente, reduzir a potência mantendo a mesma área de cobertura. O aumento do ganho na direção do SOI e a sua redução na direção das interferências melhora a razão sinal-interferência-mais-ruído (SINR – *signal-to-interference-plus-noise ratio*), permitindo que mais usuários possam ser atendidos e melhorando a qualidade das conexões. Além disso, o uso de antenas inteligentes em geral requer o conhecimento da direção de chegada (DOA – *direction of arrival*) dos sinais, a qual pode ser usada para serviços baseados em geolocalização ou para localização de usuários em casos de emergência. Os sistemas de antenas inteligentes são utilizados atualmente em redes do tipo 4G-LTE e LTE-Advanced [2], [6].

Alguns sistemas de antenas inteligentes são também chamados de sistemas MIMO (*multiple-input multiple-output*). Tal denominação é usada quando existem arranjos com múltiplas antenas tanto no transmissor quanto no receptor, como proposto inicialmente em [7], ou quando o arranjo de antenas é usado no transmissor e existem múltiplos usuários com uma ou mais antenas – *multi-user* MIMO (MU-MIMO). Os sistemas MIMO vêm sendo amplamente estudados há mais de duas décadas. Os estudos iniciais concentravam-se em aspectos mais relacionados aos limites de capacidade dos sistemas a partir de teoria da informação, enquanto, a partir dos anos 2000, a implementação prática começou a ganhar destaque [5].

Nos últimos anos, um novo paradigma para sistemas MIMO foi introduzido: os sistemas MIMO massivos [8]. Nesse novo modelo são utilizados arranjos de larga escala, equipados com centenas de antenas [9], [10]. De acordo com [6], a premissa básica dos sistemas MIMO massivos é replicar todos os benefícios dos sistemas convencionais, mas em uma escala muito maior. Dentre as principais vantagens dos sistemas MIMO massivos podem-se destacar [6]:

- Aumento da capacidade do canal em dezenas de vezes e aumento da eficiência da energia irradiada em centenas de vezes. Tais características devem-se ao aumento

substancial da capacidade de multiplexação espacial proporcionado pelo aumento no número de antenas.

- Possibilidade de uso de componentes de menor custo e com menor consumo de energia. Ao invés de utilizar um amplificador linear de alta potência, com custo elevado, como é feito nos sistemas convencionais, podem ser utilizados centenas de amplificadores de baixa potência e baixo custo. A redução na potência de transmissão na saída da estação rádio base (ERB) pode chegar a duas ordens de magnitude.
- Atenuação de efeitos do ruído, de desvanecimento e de imperfeições no *hardware*, bem como robustez à falha da elementos de antena.

A utilização de sistemas MIMO massivos traz, entretanto, novos desafios. Em termos de *hardware*, os esforços concentram-se em reduzir o custo e otimizar o consumo de energia de amplificadores, conversores A/D, dentre outros componentes. Em termos de processamento de sinais, os desafios estão voltados à otimização de algoritmos e suas implementações, já que uma grande quantidade de informação deve ser processada em tempo real. Esses algoritmos são utilizados na conformação de feixe, estimação de canal, mitigação da contaminação de pilotos, dentre outras aplicações.

1.2 PROPOSTA DO TRABALHO

O desenvolvimento de algoritmos para a conformação de feixe em arranjo de antenas teve início no final dos anos 60 e início dos anos 70 com trabalhos de pesquisa consagrados, como em [11] e [12]. Com a introdução dos sistemas MIMO de larga escala, a complexidade computacional de tais algoritmos tem se tornado um fator limitante, levando à implementação dos algoritmos convencionais para sistemas massivos praticamente inviável. Nesse contexto, este trabalho de pesquisa discute o desenvolvimento de um novo algoritmo de conformação de feixe baseado na abordagem de redução de posto apresentada em [12] e [13]. Além do desenvolvimento desse novo algoritmo, o trabalho tem como objetivo formar uma base para a concepção de novos algoritmos com baixa complexidade computacional utilizando a técnica de redução de posto aqui discutida.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Esta dissertação está estruturada da seguinte forma:

- No Capítulo 2 são apresentados os princípios básicos dos arranjos de antena, a formulação matemática de tais arranjos e uma introdução aos arranjos adaptativos de antenas.
- O Capítulo 3 apresenta o critério da mínima variância com restrições lineares e o critério da mínima variância sem distorção, incluindo o principal algoritmo adaptativo para sua solução. Em seguida, são introduzidos os princípios da redução de posto em processamento de sinais e a formulação do critério de mínima variância sem distorção de posto reduzido, bem como um algoritmo adaptativo para sua solução.
- O Capítulo 4 apresenta o desenvolvimento de um novo algoritmo de conformação de feixe de posto reduzido em conjunto com a análise da sua complexidade computacional e de um modelo estocástico de primeira ordem do algoritmo proposto;
- Os resultados de simulação, que permitem avaliar o desempenho do algoritmo proposto comparando-o com outros algoritmos da literatura (descritos neste trabalho), são mostrados no Capítulo 5.
- No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões e considerações finais sobre o trabalho proposto bem como as sugestões para trabalhos futuros.

1.4 NOTAÇÃO

Com respeito à notação matemática adotada neste trabalho, as variáveis escalares são denotadas por letras minúsculas, os vetores por letras minúsculas em negrito e as matrizes, por letras maiúsculas em negrito. O operador $(\cdot)^*$ representa o complexo conjugado de um escalar, vetor ou matriz, $(\cdot)^T$ representa o transposto de um vetor ou matriz e $(\cdot)^H$, o hermitiano (complexo conjugado transposto) de um vetor ou matriz. Matrizes identidade com dimensão $N \times N$ são representadas por \mathbf{I}_N , e $\mathbf{0}_N$ representa um vetor de zeros com dimensão $N \times 1$. Os operadores $\text{Re}[\cdot]$ e $\text{E}[\cdot]$ representam, respectivamente, a parte real e o valor esperado. O gradiente de uma função $f(\mathbf{x})$ em relação a \mathbf{x} é denotado por $\nabla_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x})$.

CAPÍTULO 2

PRINCÍPIOS DA CONFORMAÇÃO DE FEIXE

Neste capítulo são apresentados os princípios básicos da conformação adaptativa de feixe em arranjos de antenas, trazendo informações sobre os arranjos de antenas, o modelo de sinais para os arranjos lineares uniformes e os principais métodos para conformação dinâmica do padrão de radiação desses arranjos.

2.1 ARRANJO DE ANTENAS

Em sistemas de telecomunicações, a antena é o dispositivo projetado para irradiar ou receber ondas eletromagnéticas. Em outras palavras, trata-se de um transdutor, que no modo de transmissão é usado para converter ondas guiadas através de uma linha de transmissão para ondas irradiadas no espaço livre e, no modo de recepção, para converter ondas no espaço livre para ondas guiadas [2], [15].

De acordo com [2], em muitas aplicações desejam-se antenas com característica muito diretiva (com alto ganho em determinadas direções do espaço). Tal diretividade pode ser alcançada com antenas de diferentes geometrias ou então com a utilização de múltiplos elementos de irradiação. Os sistemas com múltiplos elementos irradiadores são chamados de arranjos de antenas [16]. O campo eletromagnético total de um arranjo de antenas é determinado pela soma vetorial dos campos irradiados por cada elemento individual da antena [15], [16]. Ainda de acordo com [16], existem cinco graus de liberdade que podem ser usados para conformar o padrão de irradiação do arranjo de antenas:

- geometria do arranjo (uma, duas ou três dimensões - linear, circular, retangular, esférico, entre outras);
- posição relativa entre elementos;
- amplitude de excitação de cada elemento;
- fase de excitação de cada elemento;
- padrão de irradiação de cada elemento.

Na maior parte dos arranjos de antenas, tem-se um conjunto de antenas com geometria previamente definida, com elementos idênticos e

fixos. Além disso, muitos arranjos usam elementos de antenas com construção simples, como monopolos, dipolos ou microfita retangulares, por exemplo. A conformação do padrão de irradiação, nesses casos, é feita estritamente através do ajuste da amplitude e fase de excitação de cada elemento.

2.2 MODELO DE SINAIS

O desenvolvimento do modelo dos sinais envolvidos na conformação de feixe em arranjo de antenas é feito a partir de um arranjo linear uniforme (ULA – *uniform linear array*) com M elementos uniformemente espaçados por uma distância d entre elementos consecutivos. Assume-se que o sinal é gerado por uma fonte $s(t)$ no campo distante e que, portanto, o sinal incidente no arranjo de sensores é aproximadamente uma onda plana. Tal configuração é ilustrada na Figura 2.1.

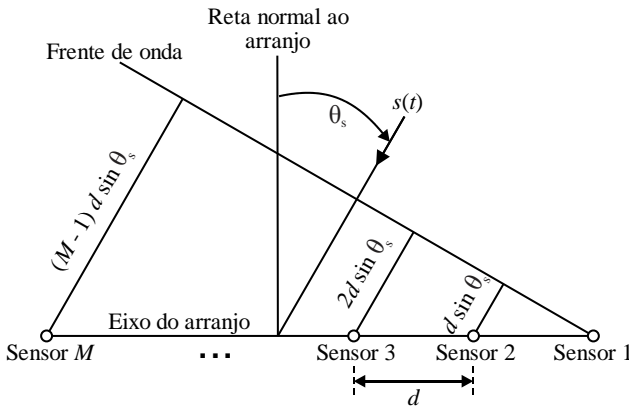


Figura 2.1 - Arranjo Linear Uniforme com M sensores.

Com respeito ao Sensor 1, o Sensor 2 recebe o sinal com um atraso de tempo dado por

$$\Delta\tau = \frac{d \cdot \sin(\theta_s)}{v_0} \quad (2.1)$$

onde v_0 é a velocidade de propagação da onda e θ_s é o ângulo da direção de chegada da onda. A partir de (2.1), pode-se estabelecer a seguinte expressão para θ_s :

$$\theta_s = \sin^{-1} \left(\frac{v_0 \cdot \Delta\tau}{d} \right). \quad (2.2)$$

Se o sinal $s(t)$ é um sinal de banda estreita, com frequência de portadora f_c (e comprimento de onda $\lambda_c = v_0/f_c$), então o atraso de tempo $\Delta\tau$ corresponde a um atraso de fase dado por

$$\Delta\psi = 2\pi \frac{d \cdot \sin(\theta_s)}{\lambda_c}. \quad (2.3)$$

Para cada arranjo de antenas, pode-se definir um vetor de direção que contém a resposta de cada elemento do arranjo para uma fonte com um único componente em frequência de potência unitária. Para um arranjo com elementos idênticos, cada componente do vetor de direção tem magnitude unitária. A fase do m -ésimo componente é igual à diferença de fase entre o sinal incidente no m -ésimo componente do arranjo e o sinal incidente no elemento de referência. Para um arranjo ULA com M elementos e espaçamento d entre elementos adjacentes, o vetor diretor é dado por

$$\mathbf{a}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda_c} \sin(\theta_s)} & \dots & e^{-j(M-1)\frac{2\pi d}{\lambda_c} \sin(\theta_s)} \end{bmatrix}^T. \quad (2.4)$$

De acordo com [2], um arranjo ULA com M elementos pode recuperar o sinal desejado $s(t)$ e cancelar $M-1$ sinais interferentes.

Assumindo que K usuários estejam transmitindo sinais descorrelacionados de banda estreita para o arranjo de antenas, o sinal recebido no arranjo, $\mathbf{r}(t) \in \mathbb{C}^M$, pode ser expresso como uma superposição dos sinais de cada fonte e de um ruído adicional $\mathbf{n}(t)$, representado por

$$\mathbf{r}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}(\theta_k) s_k(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2.5)$$

tal que $s_k(t)$ corresponde à frente de onda do k -ésimo usuário chegando no arranjo com direção θ_k , e $\mathbf{r}(t) = [r_0(t) \ r_1(t) \ \cdots \ r_{M-1}(t)]^T$, sendo $r_m(t)$ o sinal recebido pelo m -ésimo elemento de antena. Considerando que o sinal $\mathbf{r}(t)$ recebido pelo arranjo é digitalizado antes de ser processado, ele pode ser expresso por $\mathbf{r}(n)$. A fim de simplificar a notação, o vetor diretor do sinal de interesse é representado por $\mathbf{a}(\theta_s)$.

O sinal de saída após o processo de conformação de feixe é dado pela combinação linear do sinal recebido pelo arranjo $\mathbf{r}(n)$ com os coeficientes do filtro espacial responsável pela conformação de feixe $\mathbf{w}(n) \in \mathbb{C}^M$, tal que, $\mathbf{w}(n) = [w_0(n) \ w_1(n) \ \cdots \ w_{M-1}(n)]^T$. Assim, na saída do filtro conformador de feixe, tem-se

$$x(n) = \sum_{m=0}^{M-1} w_m^*(n) r_m(n) = \mathbf{w}^H(n) \mathbf{r}(n). \quad (2.6)$$

2.3 CONFORMAÇÃO ADAPTATIVA DE FEIXE

Os arranjos de antenas adaptativos têm a habilidade de se adaptar, isto é, adaptar seu padrão de irradiação de acordo com as necessidades impostas pelo ambiente. O desenvolvimento de arranjos adaptativos (ou antenas inteligentes) tem concentrado esforços para prover proteção contra interferências, melhorar a confiabilidade na aquisição de sinais e permitir a rastreabilidade dos sinais desejados [2]. Na grande maioria de arranjos adaptativos, o padrão de irradiação do conjunto de antenas é apontado para a direção desejada através da ponderação em amplitude e fase dos sinais de saída de cada elemento do arranjo [17]. Além disso, os arranjos podem ter a capacidade de identificar fontes de interferência e tentar suprimi-las automaticamente. A principal vantagem dos arranjos adaptativos é prover uma configuração rápida e flexível dos padrões de conformação de feixe [18].

Os arranjos adaptativos são formados fundamentalmente pelo conjunto de antenas e por processadores de sinais. Os elementos de antenas são responsáveis pela transmissão e recepção dos sinais, enquanto os processadores de sinais são responsáveis pela “inteligência” dos sistemas.

O diagrama de blocos apresentado na Figura 2.2 ilustra um arranjo adaptativo de antenas multiusuários operando em modo de recepção. As etapas de recepção e demodulação são responsáveis por fornecer o sinal analógico decodificado e em banda base ao conversor analógico/digital,

que digitaliza o sinal recebido. O sinal digital é então processado pelo filtro espacial de conformação de feixe, gerando os sinais de saída para cada unidade de conformação de feixe. Tanto os sinais de saída quanto os sinais de entrada do filtro espacial são utilizados pelo algoritmo adaptativo (embarcado em um dispositivo de processamento de sinais digitais) para o ajuste dos coeficientes do filtro adaptativo.

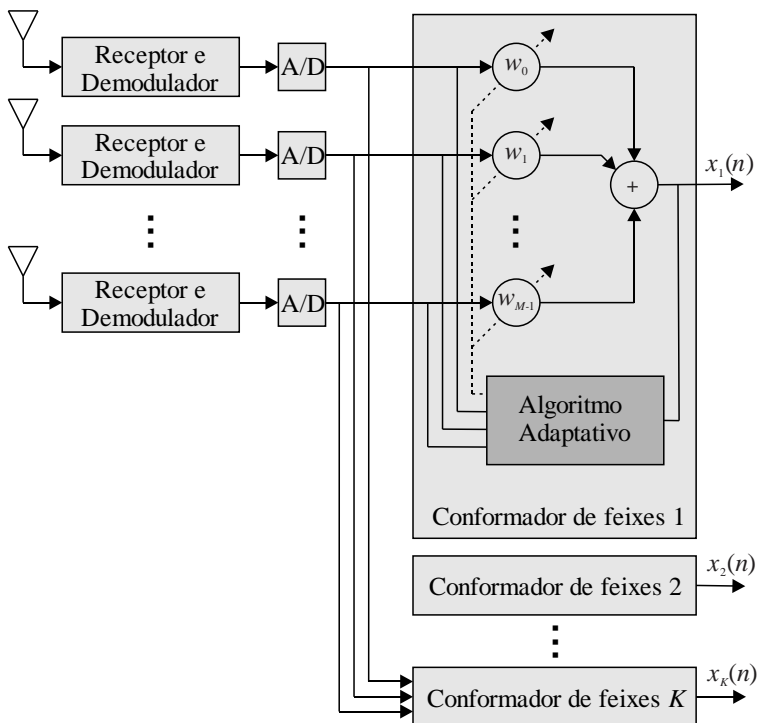


Figura 2.2 - Diagrama de um sistema de arranjo de antenas multiusuários operando em modo de recepção.

A filtragem espacial é realizada através da ponderação do sinal de cada elemento de antena por um coeficiente complexo, conforme (2.6), que corresponde a um ganho e um atraso de fase no sinal. Tais coeficientes, por sua vez, são responsáveis por formar o padrão de irradiação do conjunto de antenas. O padrão de irradiação de um ULA

com M elementos omnidirecionais e espaçamento d entre elementos expresso em dB é dado por:

$$\begin{aligned} G(\theta) &= 10\log_{10}[|\mathbf{w}^T \mathbf{a}(\theta)|^2] \\ &= 10\log_{10}\left[\left|\sum_{m=0}^{M-1} w_m \exp\left(-\frac{j2\pi m d \sin(\theta)}{\lambda_c}\right)\right|^2\right]. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Um exemplo de diagrama de irradiação para um ULA com 5 elementos é ilustrado na Figura 2.3.

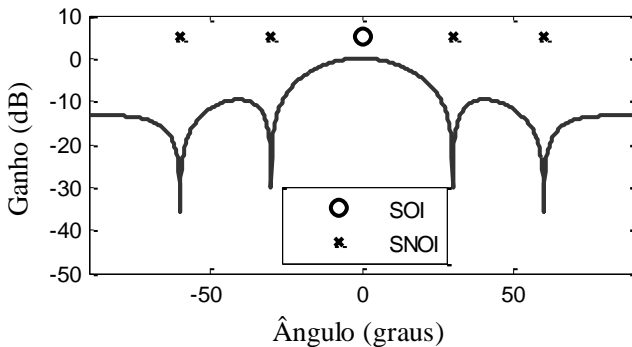


Figura 2.3 - Exemplo de diagrama de irradiação para um cenário com um usuário de interesse e 4 usuários interferentes.

2.4 ALGORITMOS ADAPTATIVOS APLICADOS À CONFORMAÇÃO DE FEIXE

Conforme mencionado anteriormente, o padrão de irradiação do arranjo de antenas pode ser conformado através de um filtro espacial com coeficientes complexos. Para tornar o processo de conformação de feixe dinâmico, são usados algoritmos adaptativos que calculam iterativamente tais coeficientes em função da necessidade do sistema. Os algoritmos adaptativos para conformação de feixe em arranjo de antenas podem ser classificados em duas categorias [5], [19]: os baseados em referência temporal e os baseados em referência espacial.

Os algoritmos de conformação de feixe com referência temporal usam propriedades temporais do sinal, como uma sequência de treinamento, por exemplo, para gerar um sinal de referência. Os pesos das

antenas (coeficientes do filtro de conformação de feixe) são calculados de acordo com algum método de otimização que pode ser baseado na minimização do erro quadrático médio entre o sinal recebido e o sinal de referência, na taxa de erro de bit, na maximização da SINR ou na minimização da potência das interferências [19], [20]. Tipicamente, esses problemas de otimização são resolvidos iterativamente usando algoritmos adaptativos como o LMS (*least-mean-square*), RLS (*recursive-least-squares*) e DMI (*direct matrix inversion*) [21]. As principais vantagens dos algoritmos baseados em referência temporal são (i) a habilidade de maximizar a SINR da saída do filtro espacial mesmo que o número de usuários supere o número de elementos de antenas e (ii) uma maior robustez à calibração do arranjo [19]. Dentre as desvantagens dos métodos baseados em referência temporal estão o fraco desempenho em cenários com baixa SINR, que pode levar até mesmo ao cancelamento do SOI [19], e a necessidade de alocação de banda para a transmissão da sequência de treinamento [2].

Os métodos baseados em referência espacial, ao invés de usarem sequências de treinamento, usam a informação do ângulo de chegada dos sinais para direcionar o padrão de propagação para o SOI e cancelar os SNOIs. A conformação de feixe baseada em referência espacial é dividida em três passos [5]: estimação das DOA, associação da DOA a cada usuário e conformação de feixe. O desempenho desse método depende, essencialmente, do desempenho do algoritmo de estimação de DOA e da suposição de que a estrutura espacial do sinal que chega no arranjo possa ser representada por apenas um vetor diretor [19]. Dentre os algoritmos de estimação de DOA apontados em [19] estão: método de Fourier, Capon, classificação de múltiplos sinais (MUSIC – *multiple signal classification*), máxima verossimilhança, estimação de parâmetros de sinal via técnicas de invariância rotacional (ESPRIT – *estimation of signal parameters via rotational invariance techniques*), dentre outros. Após a estimação da DOA de cada usuário, algoritmos adaptativos são utilizados para fazer a conformação de feixe.

Um dos algoritmos mais conhecidos e usados para conformação de feixe baseados na direção de chegada é o algoritmo CLMS (*constrained least-mean-square*) [12]. Esse algoritmo é derivado do critério de mínima variância com restrições lineares, que tem por objetivo minimizar a potência total do sinal de saída sujeito a um conjunto qualquer de restrições lineares. Tal critério, no qual o algoritmo desenvolvido neste trabalho é baseado, é apresentado em detalhes no próximo capítulo.

2.5 CONCLUSÕES

Neste capítulo, foram apresentados os princípios de funcionamento dos arranjos de antenas e o modelo de sinais para os arranjos lineares uniformes, que permitem representar matematicamente os sinais envolvidos no processo de conformação de feixe. Na sequência, discutiram-se os arranjos adaptativos de antenas e características dos algoritmos utilizados nesses arranjos.

CAPÍTULO 3

OS CRITÉRIOS LCMV E MVDR: SOLUÇÕES ÓTIMAS, ALGORITMOS E REDUÇÃO DE POSTO

Neste capítulo, são discutidos o critério da mínima variância com restrições lineares (LCMV – *linearly constrained minimum variance*) e o critério de mínima variância sem distorção (MVDR – *minimum variance distortionless response*) de posto completo, suas soluções ótimas e a solução iterativa através do algoritmo LMS com restrição. Em seguida, introduzem-se os principais aspectos da redução de posto e o critério de mínima variância sem distorção de posto reduzido, apresentando a solução determinística e o algoritmo JIO-CMV-SG [13], [14], utilizados para busca iterativa da solução. Este capítulo serve como base para o desenvolvimento do algoritmo proposto neste trabalho.

3.1 CRITÉRIO DE MÍNIMA VARIÂNCIA COM RESTRIÇÕES LINEARES

O critério da mínima variância com restrições lineares, introduzido inicialmente em [12], tem como princípio básico minimizar a potência média na saída do arranjo de antenas, enquanto mantém uma resposta desejada na direção do sinal de interesse, determinada por restrições lineares. O cálculo dos coeficientes ótimos do conformador de feixe através do critério LCMV é obtido resolvendo o seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{f}. \end{aligned} \tag{3.1}$$

onde $\mathbf{R} \in \mathbb{C}^{M \times M} = \mathbb{E}[\mathbf{r}(n)\mathbf{r}^H(n)]$ é a matriz de autocorrelação do sinal de entrada, $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{M \times L}$ é a matriz de restrições lineares com L restrições linearmente independentes e $\mathbf{f} \in \mathbb{C}^{L \times 1}$ é o vetor de resposta das restrições.

A solução de (3.1) pode ser obtida através do método dos multiplicadores de Lagrange [21], transformando o problema de

otimização com restrições em um problema sem restrição. Para isso, define-se a função custo real

$$J(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} + 2 \operatorname{Re}[\boldsymbol{\lambda}^H (\mathbf{C}^H \mathbf{w} - \mathbf{f})] \quad (3.2)$$

onde $\boldsymbol{\lambda}$ é o vetor dos multiplicadores de Lagrange. A solução apresentada por [12] é derivada apenas para o caso real. A dedução apresentada aqui segue as definições de gradiente complexo introduzidas em [22], sendo válida também para o caso complexo.

O conjunto de coeficientes ótimos é encontrado a partir do gradiente de (3.2). Conforme [22], para uma função de variáveis complexas, a direção de máxima variação é apontada pelo gradiente da função em relação ao complexo conjugado do conjunto de variáveis. Assim, diferenciando $J(\mathbf{w})$ em relação a \mathbf{w}^* , obtém-se

$$\nabla_{\mathbf{w}^*} J(\mathbf{w}) = \mathbf{R} \mathbf{w} + \mathbf{C} \boldsymbol{\lambda}. \quad (3.3)$$

Igualando o gradiente $\nabla_{\mathbf{w}^*} J(\mathbf{w})$ a zero, o vetor de coeficientes ótimos, denotado por \mathbf{w}_{LCMV} , é expresso por

$$\mathbf{w}_{\text{LCMV}} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} \boldsymbol{\lambda}. \quad (3.4)$$

O cálculo dos multiplicadores de Lagrange é feito de modo que as restrições lineares sejam atendidas por \mathbf{w}_{LCMV} , isto é,

$$\mathbf{C}^H \mathbf{w}_{\text{LCMV}} = \mathbf{f}. \quad (3.5)$$

Substituindo (3.4) em (3.5) e fazendo as devidas manipulações algébricas, obtém-se

$$\boldsymbol{\lambda} = -(\mathbf{C}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f}. \quad (3.6)$$

Substituindo então (3.6) de volta em (3.4), encontra-se a solução ótima obtida utilizando o critério LCMV, dada por

$$\mathbf{w}_{\text{LCMV}} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f}. \quad (3.7)$$

De acordo com [23], a principal vantagem da utilização do critério LCMV é obtida pela forma genérica com que as restrições são tratadas, o que permite um grande controle sobre a resposta do filtro de conformação de feixe. O método é também bastante flexível por não requerer conhecimento da matriz \mathbf{R}_s de autocorrelação do sinal desejado, da matriz \mathbf{R}_{i+n} de autocorrelação da interferência-mais-ruído, ou de qualquer sinal de referência. Além disso, o resultado obtido através do critério LCMV pode ser usado em sistemas de banda larga, como arranjos de microfones, por exemplo.

Um caso especial do critério LCMV é o critério de mínima variância sem distorção [2]. Nesse caso, além da minimização da variância na saída do conformador de feixe, a restrição linear requer que a resposta do conformador de feixe na direção do SOI seja fixa e sem distorção. Matematicamente, o problema correspondente pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{w} = 1. \end{aligned} \quad (3.8)$$

O vetor de coeficientes ótimos \mathbf{w}_{MVDR} baseado no critério MVDR pode ser obtido pela substituição de \mathbf{C} por $\mathbf{a}(\theta_s)$ e de \mathbf{f} por 1 em (3.7). Como resultado, encontra-se

$$\mathbf{w}_{\text{MVDR}} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_s)}{\mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_s)}. \quad (3.9)$$

Os resultados obtidos a partir do critério MVDR são, no entanto, válidos apenas para sistemas de banda estreita, uma vez que o vetor diretor $\mathbf{a}(\theta_s)$ é definido para uma frequência específica.

O critério MVDR, como apresentado até aqui, trata de minimizar a potência média na saída no arranjo de antenas, mantendo o ganho do conformador de feixe igual à unidade na direção do SOI. Entretanto, esse critério pode também ser interpretado como um problema de maximização da SINR [4].

Para verificar essa equivalência, define-se, inicialmente, a matriz de autocorrelação dos dados de entrada

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{r}(n)\mathbf{r}^H(n)] = \sum_{k=1}^K \sigma_k^2 \mathbf{a}(\theta_k) \mathbf{a}^H(\theta_k) + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (3.10)$$

onde σ_k^2 corresponde à potência média do k -ésimo usuário e σ^2 é a potência média do ruído. A matriz de autocorrelação \mathbf{R} pode também ser escrita como $\mathbf{R} = \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_{i+n}$, onde

$$\mathbf{R}_s = \sigma_s^2 \mathbf{a}(\theta_s) \mathbf{a}^H(\theta_s) \quad (3.11)$$

é a matriz de autocorrelação do sinal de interesse ($k = s$), e a matriz de autocorrelação da interferência mais ruído é dada por

$$\mathbf{R}_{i+n} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s}}^K \sigma_k^2 \mathbf{a}(\theta_k) \mathbf{a}^H(\theta_k) + \sigma^2 \mathbf{I}. \quad (3.12)$$

Desse modo, a função custo do problema definido em (3.8) pode ser reescrita como

$$\mathbf{w}^H (\mathbf{R}_s + \mathbf{R}_{i+n}) \mathbf{w} = \sigma_s^2 \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_s) \mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{w} + \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w} \quad (3.13)$$

onde σ_s^2 é a potência do SOI. Como \mathbf{w} é calculado de forma a atender a restrição $\mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{w} = 1$, tem-se então

$$\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} = \sigma_s^2 + \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w}. \quad (3.14)$$

O problema de otimização apresentado em (3.8) equivale, portanto, à minimização de $\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w}$, uma vez que σ_s^2 é constante. Como, para o critério MVDR, a SINR pode ser escrita como

$$\text{SINR} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_s \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w}} = \frac{\sigma_s^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w}}, \quad (3.15)$$

verifica-se então que à minimização de $\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w}$ corresponde à maximização da SINR.

3.2 ALGORITMO CLMS

A obtenção dos coeficientes ótimos usando os critérios LCMV e MVDR requer o conhecimento da informação estatística de segunda ordem do sinal de entrada, isto é, a matriz de autocorrelação dos dados de entrada. Essa informação não só não está disponível na maioria dos casos reais, como também varia com o tempo em cenários não estacionários, como, por exemplo, devido ao movimento dos usuários ou à variação no ambiente de propagação dos sinais. Para contornar tal problema, é comum utilizar-se algoritmos adaptativos, os quais usam mecanismos de aprendizagem para calcular estimativas das informações estatísticas. Além disso, diferente das soluções determinísticas, muitos algoritmos adaptativos não requerem o cálculo da inversão de matrizes, que geralmente é computacionalmente muito custoso.

O algoritmo mais usado para a solução adaptativa dos problemas LCMV e MVDR é o LMS com restrição CLMS, proposto em [12]. Tal algoritmo é baseado no método do gradiente descendente estocástico, cuja regra de adaptação segue:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu[\nabla_{\mathbf{w}}^* J(\mathbf{w})] \quad (3.16)$$

onde $\mu \in \mathbb{R}$ é o passo de adaptação. Para simplificar a derivação do algoritmo, considera-se inicialmente que \mathbf{R} seja conhecida.

Usando então o gradiente dado em (3.3), (3.16) é reescrita como

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu[\mathbf{R}\mathbf{w}(n) + \mathbf{C}\boldsymbol{\lambda}(n)]. \quad (3.17)$$

Os multiplicadores de Lagrange são calculados de modo a garantir que os coeficientes *a posteriori* atendam às restrições lineares, isto é, $\mathbf{C}^H \mathbf{w}(n+1) = \mathbf{f}$. Fazendo as devidas manipulações algébricas, obtém-se

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\lambda}(n) = & (\mu \mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H \mathbf{w}(n) - (\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \\ & - (\mu \mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Substituindo os multiplicadores de Lagrange em (3.17), obtém-se

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(n+1) = & [\mathbf{I} - \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H][\mathbf{w}(n) - \mu \mathbf{R} \mathbf{w}(n)] \\ & + \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Definindo agora

$$\mathbf{F} = \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (3.20)$$

e

$$\mathbf{P} = \mathbf{I} - \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H \quad (3.21)$$

pode-se reescrever (3.19) como

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{P}[\mathbf{w}(n) - \mu \mathbf{R} \mathbf{w}(n)] + \mathbf{F}. \quad (3.22)$$

De acordo com [12], (3.22) corresponde à versão determinística do algoritmo do gradiente descendente com restrição, que requer o conhecimento da matriz de autocorrelação do sinal de entrada. A versão estocástica do algoritmo é obtida usando uma aproximação simples para a matriz \mathbf{R} , a qual é dada por

$$\mathbf{R} \cong \mathbf{r}(n) \mathbf{r}^H(n). \quad (3.23)$$

Então, substituindo (3.23) em (3.22), chega-se à seguinte expressão para o algoritmo CLMS estocástico:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{P}[\mathbf{w}(n) - \mu x^*(n) \mathbf{r}(n)] + \mathbf{F} \quad (3.24)$$

com $x^*(n) = \mathbf{r}^H(n) \mathbf{w}(n)$.

O algoritmo CLMS também pode ser aplicado ao critério MVDR. Para tal, deve-se substituir \mathbf{C} pelo vetor $\mathbf{a}(\theta_s)$ e \mathbf{f} por 1 e assim, \mathbf{F} e \mathbf{P} podem então ser redefinidas como

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{a}(\theta_s)}{\|\mathbf{a}(\theta_s)\|^2} \quad (3.25)$$

e

$$\mathbf{P} = \mathbf{I} - \frac{\mathbf{a}(\theta_s)\mathbf{a}^H(\theta_s)}{\|\mathbf{a}(\theta_s)\|^2}. \quad (3.26)$$

3.3 REDUÇÃO DE POSTO

A ideia fundamental atrás da redução de posto é encontrar uma transformação que leve a uma redução de dimensionalidade de tal forma que o sinal possa ser representado por um conjunto reduzido de dados, contudo garantindo que o conteúdo da informação seja preservado. De acordo com [24], o objetivo central da redução de posto é explorar a existência de redundância nos sinais a serem processados – em geral, devido à grande capacidade de coletar dados de alguns sistemas – e selecionar características chave do sinal que permitam representá-lo de forma compacta, com pouca ou nenhuma perda de informação. A redução de dimensionalidade, ainda conforme [24], permite aumentar a velocidade e o desempenho das tarefas de processamento de sinais, reduzir a necessidade em termos de armazenamento de dados e melhorar a rastreabilidade de sistemas dinâmicos. Dentre as principais técnicas de redução de posto discutidas na literatura, são destacadas em [24] as técnicas baseadas em análise de componentes principais (PC - *principal components*), projeções aleatórias, mapas de difusão, clusterização, filtragem de Wiener multiestágio e otimização conjunta e iterativa (JIO - *joint and iterative optimization*).

O objetivo das técnicas de filtragem adaptativa com redução de posto, conforme [25], é encontrar um filtro com dimensão reduzida que produza um desempenho em regime permanente o mais próximo possível da solução de posto completo. Em [25], são apresentadas três situações em que a utilização de filtros adaptativos de posto reduzido são interessantes: (i) quando o problema sob consideração é modelado com uma ordem maior do que a necessária, o posto pode ser reduzido para a dimensão do subespaço do sinal; (ii) quando é necessário que o filtro tenha uma ordem determinada, possivelmente menor do que a dimensão do subespaço dos sinais, em função de restrições de complexidade computacional ou outro requisito necessário à implementação em tempo real; e (iii) quando usando algoritmos da classe de mínimos quadrados, uma vez que sua convergência é função da ordem do filtro e a redução do posto pode implicar aumento de velocidade de convergência. De acordo com [26], as técnicas de posto reduzido também são poderosas e eficazes em situações em que se tem poucas amostras e em casos que o comprimento do filtro é grande. Além disso, conforme [27], apesar de o

desempenho dos algoritmos de posto reduzido depender do posto em que eles operam, não existe qualquer algoritmo robusto para a seleção do posto ótimo pois é necessário que se conheça a matriz de autocorrelação da interferência mais ruído. Sabe-se, no entanto, que o posto ótimo depende do número de fontes de sinais e do número de amostras utilizadas para estimar a matriz de autocorrelação dos dados de entrada, quando for o caso. Através de simulações, [27] mostra ainda que, no problema de conformação de feixe, o posto ótimo pode variar com a direção de maior ganho do padrão de irradiação (direção de visada).

As técnicas de redução de posto são convenientes para o problema de conformação de feixe, dada a grande redundância nos dados de entrada e a demanda por uma adequada rastreabilidade. Além disso, tais técnicas são vistas como promissoras no contexto de sistemas MIMO massivos, uma vez que, nesses sistemas, a dimensionalidade dos dados pode ser centenas de vezes maior do que os sistemas tradicionais. De acordo com [26], as técnicas de redução de posto exploram a característica de posto reduzido dos sinais em comunicação MIMO para atingir maiores velocidades de convergência, robustez à interferência e melhor rastreabilidade.

De acordo com [24], a transformação linear ótima para redução de dimensionalidade é baseada na decomposição em valores singulares da matriz de autocorrelação do sinal de entrada e seleção dos componentes principais. As técnicas baseadas em PC, no entanto, além de exigirem o cálculo da decomposição em valores singulares – computacionalmente custoso – não conseguem distinguir entre sinal de interesse e interferências em misturas de sinais, comum no caso de conformação de feixe em arranjo de antenas. Desse modo, para o problema de conformação de feixe, podem-se utilizar técnicas subótimas, como a otimização conjunta e iterativa. Algoritmos de conformação de feixe de posto reduzido baseados na técnica de otimização conjunta e iterativa são propostos em [13], [14], [28]–[34].

3.4 SOLUÇÃO MVDR DE POSTO REDUZIDO

A solução do problema MVDR de posto reduzido, utilizando as técnicas de otimização conjunta e iterativa, foi inicialmente apresentada em [13], [14] e [29]. Segundo os autores desses trabalhos, o objetivo é obter ganhos de desempenho a partir de uma redução de dimensionalidade que leve à extração das características mais importantes dos dados de entrada. Essa redução de dimensionalidade é obtida a partir da projeção de $\mathbf{r}(i)$ em um subespaço de dimensão $D < M$ usando uma matriz de

redução de posto $\mathbf{S}_D \in \mathbb{C}^{M \times D}$. Assim, o vetor de dimensão reduzida resultante de tal projeção é

$$\bar{\mathbf{r}}(n) = \mathbf{S}_D^H \mathbf{r}(n) \quad (3.27)$$

e a saída do filtro de posto reduzido é escrita como

$$\bar{x}(n) = \bar{\mathbf{w}}^H \bar{\mathbf{r}}(n) = \bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{S}_D^H \mathbf{r}(n) \quad (3.28)$$

onde $\bar{\mathbf{w}} = [\bar{w}_1 \ \bar{w}_2 \ \dots \ \bar{w}_D]^T \in \mathbb{C}^{D \times 1}$ é o vetor de coeficientes do filtro de posto reduzido. A técnica recebe o nome de otimização conjunta e iterativa devido à matriz de redução de posto \mathbf{S}_D e os coeficientes do filtro de posto reduzido $\bar{\mathbf{w}}$ serem calculados iterativamente, de modo a otimizar uma função custo com respeito aos dois conjuntos de variáveis.

Visando obter as soluções ótimas tanto para a matriz de redução de posto quanto para o filtro de posto reduzido, o seguinte problema de otimização é estabelecido [13]:

$$\begin{aligned} \min_{\bar{\mathbf{w}}, \mathbf{S}_D} \quad & \bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{S}_D^H \mathbf{R} \mathbf{S}_D \bar{\mathbf{w}} \\ \text{sujeito a} \quad & \bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{S}_D^H \mathbf{a}(\theta_s) = 1. \end{aligned} \quad (3.29)$$

A solução de (3.29) pode então ser encontrada através do método dos multiplicadores de Lagrange. Define-se, portanto, o lagrangiano como

$$J(\mathbf{S}_D, \bar{\mathbf{w}}) = \bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{S}_D^H \mathbf{R} \mathbf{S}_D \bar{\mathbf{w}} + 2 \operatorname{Re}\{\lambda^* [\bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{S}_D^H \mathbf{a}(\theta_s) - 1]\} \quad (3.30)$$

e seus gradientes em relação a \mathbf{S}_D^* e $\bar{\mathbf{w}}^*$, respectivamente, como

$$\nabla_{\mathbf{S}_D^*} J(\mathbf{S}_D, \bar{\mathbf{w}}) = \mathbf{R} \mathbf{S}_D \bar{\mathbf{w}} \bar{\mathbf{w}}^H + \lambda^* \mathbf{a}(\theta_s) \bar{\mathbf{w}}^H \quad (3.31)$$

e

$$\nabla_{\bar{\mathbf{w}}^*} J(\mathbf{S}_D, \bar{\mathbf{w}}) = \mathbf{S}_D^H \mathbf{R} \mathbf{S}_D \bar{\mathbf{w}} + \lambda^* \mathbf{S}_D^H \mathbf{a}(\theta_s). \quad (3.32)$$

A solução para \mathbf{S}_D pode ser obtida igualando-se $\nabla_{\mathbf{S}_D^*} J(\mathbf{S}_D, \bar{\mathbf{w}})$ a zero, resultando em

$$\mathbf{S}_D = -\lambda^* \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_s) \bar{\mathbf{w}}^H (\bar{\mathbf{w}} \bar{\mathbf{w}}^H)^{-1}. \quad (3.33)$$

Resolvendo (3.33) para λ^* de modo que a restrição linear $\bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{S}_D^H \mathbf{a}(\theta_s) = 1$ seja atendida, obtém-se

$$\lambda^* = \frac{-1}{\bar{\mathbf{w}}^H (\bar{\mathbf{w}} \bar{\mathbf{w}}^H)^{-1} \bar{\mathbf{w}} \mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_s)}. \quad (3.34)$$

Portanto, a solução para \mathbf{S}_D é expressa por

$$\mathbf{S}_D = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_s) \bar{\mathbf{w}}^H (\bar{\mathbf{w}} \bar{\mathbf{w}}^H)^{-1}}{\bar{\mathbf{w}}^H (\bar{\mathbf{w}} \bar{\mathbf{w}}^H)^{-1} \bar{\mathbf{w}} \mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_s)}. \quad (3.35)$$

De maneira análoga, a solução de $\bar{\mathbf{w}}$ pode ser obtida zerando o gradiente $\nabla_{\bar{\mathbf{w}}} J(\mathbf{S}_D, \bar{\mathbf{w}})$. Tem-se então

$$\bar{\mathbf{w}} = -\lambda^* (\mathbf{S}_D^H \mathbf{R} \mathbf{S}_D)^{-1} \mathbf{S}_D^H \mathbf{a}(\theta_s). \quad (3.36)$$

Resolvendo (3.36) para λ^* de modo que a restrição linear seja satisfeita, obtém-se

$$\lambda^* = \frac{-1}{\mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{S}_D (\mathbf{S}_D^H \mathbf{R} \mathbf{S}_D)^{-1} \mathbf{S}_D^H \mathbf{a}(\theta_s)} \quad (3.37)$$

e, portanto, a solução de $\bar{\mathbf{w}}$ pode ser expressa como

$$\bar{\mathbf{w}} = \frac{(\mathbf{S}_D^H \mathbf{R} \mathbf{S}_D)^{-1} \mathbf{S}_D^H \mathbf{a}(\theta_s)}{\mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{S}_D (\mathbf{S}_D^H \mathbf{R} \mathbf{S}_D)^{-1} \mathbf{S}_D^H \mathbf{a}(\theta_s)}. \quad (3.38)$$

Definindo agora

$$\bar{\mathbf{R}} = \mathbf{S}_D^H \mathbf{R} \mathbf{S}_D = \mathbb{E}[\bar{\mathbf{r}}(n) \bar{\mathbf{r}}^H(n)] \quad (3.39)$$

e

$$\bar{\mathbf{a}}(\theta_s) = \mathbf{S}_D^H \mathbf{a}(\theta_s) \quad (3.40)$$

(3.38) pode ser reescrita como

$$\bar{\mathbf{w}} = \frac{\bar{\mathbf{R}}^{-1} \bar{\mathbf{a}}(\theta_s)}{\bar{\mathbf{a}}^H(\theta_s) \bar{\mathbf{R}}^{-1} \bar{\mathbf{a}}(\theta_s)}. \quad (3.41)$$

A solução do problema MVDR de posto reduzido é expressa por (3.35) e (3.41). Através dessas equações, fica evidente que elas não apresentam soluções fechadas, já que a solução para \mathbf{S}_D requer o conhecimento de $\bar{\mathbf{w}}$, e a solução de $\bar{\mathbf{w}}$ requer o conhecimento de \mathbf{S}_D . Além disso, tais equações requerem o conhecimento da matriz de autocorrelação dos sinais de entrada. Deste modo, é comum a utilização de algoritmos adaptativos para obter a solução de (3.29).

3.5 O ALGORITMO JIO-CMV-SG

Algoritmos adaptativos para obter a solução do problema de MVDR de posto reduzido foram previamente apresentados em [13], [14] e [29]. Tais algoritmos baseiam-se na adaptação iterativa da matriz de redução de posto \mathbf{S}_D e do vetor de coeficientes $\bar{\mathbf{w}}$ através das seguintes equações de atualização [14]:

$$\mathbf{S}_D(n+1) = \mathbf{S}_D(n) - \mu_s \bar{\mathbf{x}}^*(n) \mathbf{P} \mathbf{r}(n) \bar{\mathbf{w}}^H(n) \quad (3.42)$$

e

$$\bar{\mathbf{w}}(n+1) = \bar{\mathbf{w}}(n) - \mu_w \bar{\mathbf{x}}^*(n) \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{r}}(n) \quad (3.43)$$

onde $\mu_s \in \mathbb{R}$ e $\mu_w \in \mathbb{R}$ são os passos de adaptação de \mathbf{S}_D e de $\bar{\mathbf{w}}$, respectivamente. A matriz \mathbf{P} é definida em (3.26) e $\bar{\mathbf{P}} = \{\mathbf{I} - [\bar{\mathbf{a}}(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}^H(\theta_s)] / [\bar{\mathbf{a}}^H(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s)]\}$ com $\bar{\mathbf{a}}(\theta_s) = \mathbf{S}_D^H(n) \mathbf{a}(\theta_s)$. Seguindo a nomenclatura utilizada em [33], esse algoritmo é denominado aqui JIO-CMV-SG (*joint iterative optimization - constrained minimum variance - stochastic gradient*).

O algoritmo JIO-CMV-SG, entretanto, sob determinadas condições, não é capaz de atender a restrição linear do problema de otimização apresentado em (3.29), em especial quando há variações na

posição do SOI. A verificação dessa característica é feita a seguir. Inicialmente, deve-se pós-multiplicar o hermitiano de (3.42) por $\mathbf{a}(\theta_s)$, tal que

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_D^H(n+1)\mathbf{a}(\theta_s) &= \mathbf{S}_D^H(n)\mathbf{a}(\theta_s) \\ &\quad - \mu_s \bar{x}(n)\bar{\mathbf{w}}(n)\mathbf{r}^H(n)\mathbf{P}^H\mathbf{a}(\theta_s). \end{aligned} \quad (3.44)$$

Então, sabendo que $\mathbf{P}^H\mathbf{a}(\theta_s) = \mathbf{0}_M$, tem-se

$$\mathbf{S}_D^H(n+1)\mathbf{a}(\theta_s) = \mathbf{S}_D^H(n)\mathbf{a}(\theta_s). \quad (3.45)$$

Agora, basta calcular $\bar{\mathbf{w}}^H(n+1)\mathbf{S}_D^H(n+1)\mathbf{a}(\theta_s)$ usando (3.43) e (3.45), e considerando que $\bar{\mathbf{P}}^H\bar{\mathbf{a}}(\theta_s) = \mathbf{0}_D$, obtém-se

$$\bar{\mathbf{w}}^H(n+1)\mathbf{S}_D^H(n+1)\mathbf{a}(\theta_s) = \bar{\mathbf{w}}^H(n)\mathbf{S}_D^H(n)\mathbf{a}(\theta_s) \quad (3.46)$$

Constata-se, a partir de (3.46), que a restrição linear será atendida durante todo o processo adaptativo somente se duas condições forem satisfeitas: i) o valor inicial $\bar{\mathbf{w}}(0)$ resultar em $\bar{\mathbf{w}}^H(0)\bar{\mathbf{a}}(\theta_s) = 1$; e ii) o ambiente for estacionário em relação a $\mathbf{a}(\theta_s)$ (isto é, o usuário de interesse não muda de posição ao longo do processo iterativo). Como em sistemas reais de comunicações móveis é comum que os usuários móveis mudem de posição [ocasionando variações no vetor diretor $\mathbf{a}(\theta_s)$], pode-se concluir que o vetor de conformação de feixe obtido através de (3.43) poderá, com certa frequência, produzir ganhos indesejados na direção do SOI, causando possíveis degradações no desempenho da SINR. Além disso, se o SOI se mover de forma que o vetor diretor entre no espaço nulo de $\mathbf{S}_D(n)\bar{\mathbf{w}}(n)$ - ou fique muito próximo dele -, o algoritmo JIO-CMV-SG forçará um ganho muito pequeno na direção do SOI. Como consequência, o desempenho do algoritmo pode sofrer com a redução da SINR e a velocidade da convergência do algoritmo pode ser drasticamente prejudicada, devido ao fato de que os termos de correção em (3.42) e (3.43) tornam-se muito pequenos.

3.6 CONCLUSÕES

Neste capítulo, foram discutidos os critérios LCMV e MVDR, suas soluções determinísticas e a solução iterativa através do algoritmo CLMS. Na sequência, são apresentados os princípios da redução de posto em

processamento de sinais e a formulação do problema MVDR de posto reduzido. Por fim, é analisado o algoritmo JIO-CMV-SG utilizado para obter a solução iterativa do problema MVDR de posto reduzido.

CAPÍTULO 4

ALGORITMO DE CONFORMAÇÃO DE FEIXE DE POSTO REDUZIDO BASEADO NO CRITÉRIO MVDR

Conforme discutido no capítulo anterior, a solução do critério MVDR de posto reduzido não leva a expressões fechadas. Neste capítulo, um novo algoritmo para solução iterativa do problema de MVDR de posto reduzido é apresentado, o qual é baseado na otimização conjunta da matriz de redução de posto e do vetor conformação de feixe de posto reduzido. São apresentados ainda um estudo comparativo da complexidade computacional dos algoritmos estudados e a interpretação geométrica do funcionamento do algoritmo proposto a partir de seu modelo estocástico.

4.1 ALGORITMO PROPOSTO

Nesta seção, um algoritmo alternativo para a solução do problema de MVDR de posto reduzido é proposto. Essa solução visa garantir o atendimento da restrição linear em todas as iterações do processo adaptativo, independente das condições iniciais do problema ou de sua não estacionariedade. O desenvolvimento do algoritmo é baseado em um processo de otimização conjunta, de modo que os elementos da matriz de redução de posto \mathbf{S}_D e os coeficientes do filtro de posto reduzido $\bar{\mathbf{w}}$ sejam atualizados por meio de um processo iterativo usando o método do gradiente descendente estocástico. A derivação do algoritmo proposto, assim como sua versão de posto completo, descrita na Seção 3.2, usa a aproximação estocástica para a matriz de autocorrelação dos dados de entrada dada por $\mathbf{R} \cong \mathbf{r}(n)\mathbf{r}^H(n)$. Os gradientes $\nabla_{\mathbf{S}_D}^* J(\mathbf{S}_D, \bar{\mathbf{w}})$ e $\nabla_{\bar{\mathbf{w}}}^* J(\mathbf{S}_D, \bar{\mathbf{w}})$, considerados em (3.31) e (3.32), podem então ser reescritos como:

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{S}_D}^* J(\mathbf{S}_D(n), \bar{\mathbf{w}}(n)) &= \bar{\mathbf{x}}^*(n)\mathbf{r}(n)\bar{\mathbf{w}}^H(n) \\ &\quad + \lambda_s^*(n)\mathbf{a}(\theta_s)\bar{\mathbf{w}}^H(n) \end{aligned} \quad (4.1)$$

e

$$\nabla_{\bar{\mathbf{w}}^*} J(\mathbf{S}_D(n), \bar{\mathbf{w}}(n)) = \mathbf{S}_D^H(n) \mathbf{r}(n) \bar{x}^*(n) + \lambda_w^*(n) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s) \quad (4.2)$$

com

$$\bar{x}^*(n) = \mathbf{r}^H(n) \mathbf{S}_D(n) \bar{\mathbf{w}}(n). \quad (4.3)$$

O algoritmo é estruturado a partir de uma abordagem de otimização alternada, em que se faz inicialmente a atualização da matriz \mathbf{S}_D e posteriormente, a atualização do vetor $\bar{\mathbf{w}}$. Para a matriz de redução de posto \mathbf{S}_D , pode-se escrever a seguinte equação de atualização:

$$\mathbf{S}_D(n+1) = \mathbf{S}_D(n) - \mu_s [\nabla_{\mathbf{S}_D^*} J(\mathbf{S}_D(n), \bar{\mathbf{w}}(n))] \quad (4.4)$$

onde $\mu_s \in \mathbb{R}$ corresponde ao passo de adaptação associado à atualização da matriz \mathbf{S}_D . Substituindo (4.1) em (4.4), obtém-se

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_D(n+1) = \mathbf{S}_D(n) - \mu_s [& \bar{x}^*(n) \mathbf{r}(n) \bar{\mathbf{w}}^H(n) \\ & + \lambda_s^*(n) \mathbf{a}(\theta_s) \bar{\mathbf{w}}^H(n)]. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Resolvendo (4.5) para $\lambda_s^*(n)$ de tal forma que a restrição linear $\bar{\mathbf{w}}^H(n) \mathbf{S}_D^H(n+1) \mathbf{a}(\theta_s) = 1$ seja atendida e considerando que $\mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{a}(\theta_s) = M$ e $\bar{\mathbf{w}}^H(n) \bar{\mathbf{w}}(n) = \|\bar{\mathbf{w}}(n)\|^2$, tem-se

$$\begin{aligned} \lambda_s^*(n) = & \frac{\mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{S}_D(n) \bar{\mathbf{w}}(n)}{\mu_s M \|\bar{\mathbf{w}}(n)\|^2} - \frac{\bar{x}^*(n) \mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{r}(n)}{M} \\ & - \frac{1}{\mu_s M \|\bar{\mathbf{w}}(n)\|^2}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Substituindo o resultado de (4.6) em (4.5), encontra-se

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_D(n+1) = \mathbf{S}_D(n) - \mu_s \bar{x}^*(n) \mathbf{P} \mathbf{r}(n) \bar{\mathbf{w}}^H(n) \\ + [1 - \mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{S}_D(n) \bar{\mathbf{w}}(n)] \frac{\mathbf{a}(\theta_s) \bar{\mathbf{w}}^H(n)}{M \|\bar{\mathbf{w}}(n)\|^2}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Em seguida, após a atualização da matriz \mathbf{S}_D , é feita a atualização dos coeficientes do filtro de posto reduzido. De maneira análoga, a atualização dos coeficientes do filtro de posto reduzido é realizada. Assim,

$$\bar{\mathbf{w}}(n+1) = \bar{\mathbf{w}}(n) - \mu_w [\nabla_{\bar{\mathbf{w}}^*} J(\mathbf{S}_D(n), \bar{\mathbf{w}}(n))] \quad (4.8)$$

onde $\mu_w \in \mathbb{R}$ corresponde ao passo de adaptação associado à atualização dos coeficientes $\bar{\mathbf{w}}$. Substituindo (4.2) em (4.8), tem-se

$$\bar{\mathbf{w}}(n+1) = \bar{\mathbf{w}}(n) - \mu_w [\mathbf{S}_D^H(n) \mathbf{r}(n) \bar{x}^*(n) + \lambda_w^*(n) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s)]. \quad (4.9)$$

Resolvendo (4.9) para $\lambda_w^*(n)$ de modo que a restrição linear $\bar{\mathbf{w}}^H(n+1) \mathbf{S}_D^H(n+1) \mathbf{a}(\theta_s) = 1$ seja atendida, obtém-se:

$$\lambda_w^*(n) = \frac{\bar{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s) \bar{\mathbf{w}}(n) - \mu_w \bar{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s) \bar{\mathbf{r}}(n) \bar{x}^*(n) - 1}{\mu_w \bar{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s)} \quad (4.10)$$

com $\bar{\mathbf{a}}_+(\theta_s) = \mathbf{S}_D^H(n+1) \mathbf{a}(\theta_s)$ e $\bar{\mathbf{r}}(n) = \mathbf{S}_D^H(n) \mathbf{r}(n)$.

Substituindo (4.10) em (4.9), a equação de atualização dos coeficientes do filtro de posto reduzido torna-se

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{w}}(n+1) = & [\mathbf{I} - \frac{\bar{\mathbf{a}}(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s)}{\bar{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s)}] [\bar{\mathbf{w}}(n) - \mu_w \bar{x}^*(n) \bar{\mathbf{r}}(n)] \\ & + \frac{\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)}{\bar{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s)}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Substituindo ainda

$$\bar{\mathbf{P}}_+ = \mathbf{I} - \frac{\bar{\mathbf{a}}(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s)}{\bar{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s)} \quad (4.12)$$

em (4.11), pode-se finalmente obter a seguinte equação de atualização para o vetor de coeficientes do filtro de posto reduzido:

$$\bar{\mathbf{w}}(n+1) = \bar{\mathbf{P}}_+[\bar{\mathbf{w}}(n) - \mu_w \bar{x}^*(n) \bar{\mathbf{r}}(n)] + \frac{\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)}{\bar{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s)}. \quad (4.13)$$

O algoritmo proposto é então sumarizado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Algoritmo Proposto

Inicializar $\bar{\mathbf{w}}(0)$ e $\mathbf{S}_D(0)$

$$\bar{\mathbf{w}}(0) = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \text{ e } \mathbf{S}_D(0) = [\mathbf{I}_D \ \mathbf{0}_{D \times (M-D)}]$$

Para $n = 1, 2, \dots$

$$\bar{\mathbf{r}}(n) = \mathbf{S}_D^H(n) \mathbf{r}(n)$$

$$\bar{\mathbf{a}}(\theta_s) = \mathbf{S}_D^H(n) \mathbf{a}(\theta_s)$$

$$\bar{x}(n) = \bar{\mathbf{w}}^H(n) \mathbf{S}_D^H(n) \mathbf{r}(n) = \bar{\mathbf{w}}^H(n) \bar{\mathbf{r}}(n)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{I} - \frac{\mathbf{a}(\theta_s) \mathbf{a}^H(\theta_s)}{M}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_D(n+1) = & \mathbf{S}_D(n) - \mu_s \bar{x}^*(n) \mathbf{P} \mathbf{r}(n) \bar{\mathbf{w}}^H(n) \\ & + [1 - \bar{\mathbf{a}}^H(\theta_s) \bar{\mathbf{w}}(n)] \frac{\mathbf{a}(\theta_s) \bar{\mathbf{w}}^H(n)}{M \|\bar{\mathbf{w}}(n)\|^2} \end{aligned}$$

$$\bar{\mathbf{a}}_+(\theta_s) = \mathbf{S}_D^H(n+1) \mathbf{a}(\theta_s)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_+ = \mathbf{I} - \frac{\bar{\mathbf{a}}(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s)}{\bar{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s)}$$

$$\bar{\mathbf{w}}(n+1) = \bar{\mathbf{P}}_+[\bar{\mathbf{w}}(n) - \mu_w \bar{x}^*(n) \bar{\mathbf{r}}(n)] + \frac{\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)}{\bar{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s)}$$

Para demonstrar que o algoritmo proposto é capaz de atender à restrição linear do problema de otimização (3.29), multiplica-se o hermitiano de (4.13) por $\bar{\mathbf{a}}_+(\theta_s)$, resultando em

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{w}}^H(n+1) \bar{\mathbf{a}}_+(\theta_s) = & [\bar{\mathbf{w}}^H(n) - \mu_w \bar{x}(n) \bar{\mathbf{r}}^H(n)] \bar{\mathbf{P}}_+^H \bar{\mathbf{a}}_+(\theta_s) \\ & + \frac{\bar{\mathbf{a}}^H(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}_+(\theta_s)}{\bar{\mathbf{a}}^H(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}_+(\theta_s)}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Como $\bar{\mathbf{P}}_+^H \bar{\mathbf{a}}_+(\theta_s) = \mathbf{0}_D$, (4.14) torna-se

$$\bar{\mathbf{w}}^H(n+1)\bar{\mathbf{a}}(\theta_s) = 1, \quad (4.15)$$

o que comprova que a restrição linear é atendida em todas as iterações, independentemente da mudanças de cenário ou da inicialização do vetor de coeficientes.

4.2 COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL

A complexidade computacional dos algoritmos discutidos neste trabalho é avaliada aqui em termos do número de operações reais necessárias em cada iteração. O número de operações reais de adição, multiplicação e divisão de cada algoritmo é dado na Tabela 4.2. Baseado nessa tabela, observa-se que, em relação ao algoritmo CLMS, os dois algoritmos de posto reduzido apresentam complexidade computacional muito maior devido às operações de redução de posto. Já com respeito ao algoritmo JIO-CMV-SG, o algoritmo proposto apresenta um aumento no número de operações: $4MD + 2M + 10D - 1$ adições, $4MD + 20D + 9$ multiplicações e uma divisão a mais. O aumento no número de operações, entretanto, é justificável dada a melhoria no desempenho proporcionado pelo novo algoritmo.

Tabela 4.2 - Complexidade computacional dos algoritmos

Algoritmo	Adições	Multiplicações	Divisões
CLMS [12]	$20M - 3$	$20M + 4$	0
JIO-CMV-SG [14]	$16MD + 4M + 16D - 5$	$16MD + 8M + 14D + 8$	1
Algoritmo Proposto	$20MD + 6M + 26D - 4$	$20MD + 8M + 34D + 17$	2

Além disso, considerando a possibilidade de o algoritmo de estimação de DOA dispor da informação sobre a movimentação na direção de chegada do SOI, pode-se, no caso de o SOI permanecer estático entre duas iterações consecutivas, fazer a reutilização de dados. Mais especificamente, pode-se utilizar o vetor $\bar{\mathbf{a}}_+(\theta_s)$ de uma iteração como o vetor $\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)$ da iteração seguinte. Tal procedimento permite ao algoritmo proposto, reduzir em $4MD - 2D$ e $4MD$ o número de adições e multiplicações, respectivamente.

4.3 MODELAGEM ESTOCÁSTICA DO ALGORITMO PROPOSTO

Uma análise mais elaborada do funcionamento do algoritmo proposto pode ser realizada a partir do modelo estocástico de primeira ordem dos coeficientes de posto reduzido. Tal análise será feita considerando apenas a equação de atualização dos coeficientes do filtro de posto reduzido. Para o desenvolvimento do modelo estocástico são adotadas as seguintes hipóteses simplificativas:

H1) As variáveis $\bar{\mathbf{w}}(n)$, $\mathbf{r}(n)$ e $\mathbf{S}_D(n)$ são estatisticamente independentes.

H2) O vetor diretor $\mathbf{a}(\theta_s)$ é determinístico e portanto $E[\mathbf{S}_D^H(n)\mathbf{a}(\theta_s)] = E[\mathbf{S}_D^H(n)]\mathbf{a}(\theta_s)$.

H3) O ruído aditivo presente em cada elemento de antena é complexo, i.i.d, com distribuição gaussiana, média zero e variância σ^2 .

Para o desenvolvimento do modelo estocástico, inicialmente substitui-se $\bar{\mathbf{x}}^*(n) = \bar{\mathbf{r}}^H(n)\bar{\mathbf{w}}(n)$ em (4.13), resultando em

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{w}}(n+1) = & [\mathbf{I} - \frac{\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)\bar{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s)}{\bar{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s)\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)}] \\ & \times [\bar{\mathbf{w}}(n) - \mu_w \bar{\mathbf{r}}(n)\bar{\mathbf{r}}^H(n)\bar{\mathbf{w}}(n)] + \frac{\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)}{\bar{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s)\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Na sequência, toma-se o valor esperado de ambos os lados de (4.16) e para simplificar a notação, adota-se $\hat{\mathbf{w}}(n) = E[\bar{\mathbf{w}}(n)]$, $\hat{\mathbf{S}}_D(n) = E[\mathbf{S}_D(n)]$, $\hat{\mathbf{a}}(\theta_s) = \hat{\mathbf{S}}_D^H(n)\mathbf{a}(\theta_s)$ e $\hat{\mathbf{a}}_+(\theta_s) = \hat{\mathbf{S}}_D^H(n+1)\mathbf{a}(\theta_s)$. Assim, obtém-se

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}}(n+1) = & [\mathbf{I} - \frac{\hat{\mathbf{a}}(\theta_s)\hat{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s)}{\hat{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s)\hat{\mathbf{a}}(\theta_s)}][\hat{\mathbf{w}}(n) - \mu_w \bar{\mathbf{R}}\hat{\mathbf{w}}(n)] \\ & + \frac{\hat{\mathbf{a}}(\theta_s)}{\hat{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s)\hat{\mathbf{a}}(\theta_s)} \end{aligned} \quad (4.17)$$

onde $\bar{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{S}}_D^H(n) \mathbf{R} \hat{\mathbf{S}}_D(n)$ e \mathbf{R} é a matriz de autocorrelação do sinal de entrada definida em (3.10). Agora, usando (3.11) e (3.12), a matriz $\bar{\mathbf{R}}$ pode ser reescrita como

$$\bar{\mathbf{R}} = \sigma_s^2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_s) \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_s) + \bar{\mathbf{R}}_{i+n}. \quad (4.18)$$

Então, substituindo (4.18) em (4.17) e fazendo as devidas manipulações algébricas, obtém-se

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}}(n+1) = & \underbrace{\hat{\mathbf{w}}(n)}_{(i)} - \underbrace{\frac{\hat{\mathbf{a}}(\theta_s) \hat{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s)}{\hat{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s) \hat{\mathbf{a}}(\theta_s)}}_{(ii)} \underbrace{\hat{\mathbf{w}}(n)}_{(iii)} - \mu_w \underbrace{\bar{\mathbf{R}}_{i+n} \hat{\mathbf{w}}(n)}_{(iii)} \\ & + \mu_w \underbrace{\frac{\hat{\mathbf{a}}(\theta_s) \hat{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s)}{\hat{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s) \hat{\mathbf{a}}(\theta_s)} \bar{\mathbf{R}}_{i+n} \hat{\mathbf{w}}(n)}_{(iv)} + \underbrace{\frac{\hat{\mathbf{a}}(\theta_s)}{\hat{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s) \hat{\mathbf{a}}(\theta_s)}}_{(v)}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Através do modelo estocástico de primeira ordem, que descreve o comportamento médio dos coeficientes $\bar{\mathbf{w}}(n)$, pode-se verificar que a atualização dos coeficientes leva em consideração [veja (4.19)]: (i) os coeficientes atuais $\bar{\mathbf{w}}(n)$; (ii) a projeção oblíqua¹ de $\bar{\mathbf{w}}(n)$ sobre $\hat{\mathbf{a}}(\theta_s)$ ao longo da direção ortogonal a $\hat{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s)$; (iii) um vetor paralelo à projeção de $\bar{\mathbf{w}}(n)$ no subespaço das interferências mais ruído; (iv) a projeção oblíqua do termo (iii) sobre $\hat{\mathbf{a}}(\theta_s)$ ao longo da direção ortogonal a $\hat{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s)$; e (v) um vetor na direção de $\hat{\mathbf{a}}(\theta_s)$.

Então, definindo $\hat{\mathbf{P}}_+ = \{\mathbf{I} - [\hat{\mathbf{a}}(\theta_s) \hat{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s)] / [\hat{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s) \hat{\mathbf{a}}(\theta_s)]\}$, (4.19) pode ser reescrita como

$$\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \hat{\mathbf{P}}_+ [\hat{\mathbf{w}}(n) - \mu_w \bar{\mathbf{R}}_{i+n} \hat{\mathbf{w}}(n)] + \frac{\hat{\mathbf{a}}(\theta_s)}{\hat{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s) \hat{\mathbf{a}}(\theta_s)}. \quad (4.20)$$

A expressão anterior permite interpretar o comportamento médio dos coeficientes de forma similar à interpretação do algoritmo CLMS apresentada em [4] e [12]. Assim, observa-se que o vetor $[\hat{\mathbf{w}}(n) - \mu_w \bar{\mathbf{R}}_{i+n} \hat{\mathbf{w}}(n)]$ corresponde ao vetor de coeficientes $\bar{\mathbf{w}}(n)$ somado a uma perturbação na direção oposta à projeção dos coeficientes na direção das interferências mais ruído, visando eliminar de $\bar{\mathbf{w}}(n)$ os componentes nas direção das interferências. A matriz de projeção oblíqua

¹ Veja Apêndice A.

$\hat{\mathbf{P}}_+$ projeta o vetor $[\hat{\mathbf{w}}(n) - \mu_w \bar{\mathbf{R}}_{i+n} \hat{\mathbf{w}}(n)]$ na direção ortogonal ao vetor $\hat{\mathbf{a}}_+(\theta_s)$ ao longo da direção de $\hat{\mathbf{a}}(\theta_s)$ e, na sequência, é somada a essa projeção o termo $\hat{\mathbf{a}}(\theta_s) / [\hat{\mathbf{a}}_+^H(\theta_s) \hat{\mathbf{a}}(\theta_s)]$ visando garantir o atendimento da restrição linear. A Figura 4.1 mostra uma representação geométrica desses vetores.

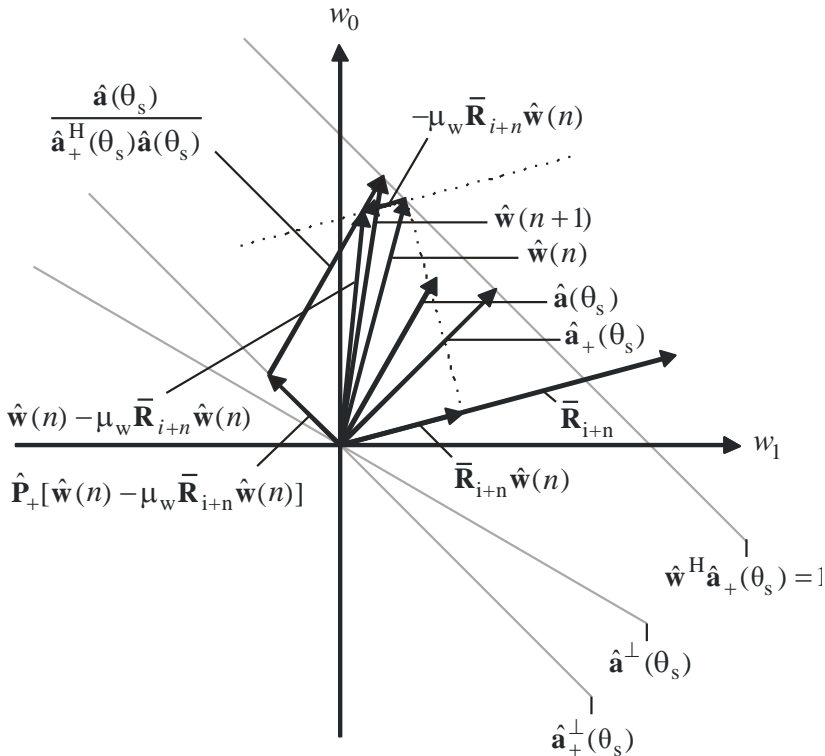


Figura 4.1 - Representação geométrica do algoritmo proposto

A fim de comparar o comportamento do algoritmo proposto frente ao algoritmo JIO-CMV-SG, pode-se desenvolver o modelo estocástico de primeira ordem deste último de maneira análoga ao apresentado anteriormente. Obtém-se então

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{w}}(n+1) = & \hat{\mathbf{w}}(n) - \mu_w \bar{\mathbf{R}}_{i+n} \hat{\mathbf{w}}(n) \\ & + \mu_w \frac{\hat{\mathbf{a}}(\theta_s) \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_s)}{\|\hat{\mathbf{a}}(\theta_s)\|^2} \bar{\mathbf{R}}_{i+n} \hat{\mathbf{w}}(n)\end{aligned}\quad (4.21)$$

que pode também ser expressa por

$$\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \hat{\mathbf{w}}(n) - \mu_w \left[\mathbf{I} - \frac{\hat{\mathbf{a}}(\theta_s) \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_s)}{\|\hat{\mathbf{a}}(\theta_s)\|^2} \right] \bar{\mathbf{R}}_{i+n} \hat{\mathbf{w}}(n). \quad (4.22)$$

Através de (4.22), pode-se verificar que a atualização do vetor $\hat{\mathbf{w}}(n)$ leva em consideração apenas o vetor $\hat{\mathbf{w}}(n)$ atual e uma perturbação na direção oposta à parcela de $\hat{\mathbf{w}}(n)$ presente no subespaço das interferências mais ruído e ortogonal a $\hat{\mathbf{a}}(\theta_s)$. Como a perturbação é ortogonal ao vetor diretor do SOI, o vetor de coeficientes *a posteriori* $\hat{\mathbf{w}}(n+1)$ não tem inovação nessa direção, de modo que o produto $\hat{\mathbf{a}}^H(\theta_s) \hat{\mathbf{w}}(n)$ será sempre mantido constante.

4.4 CONCLUSÕES

Neste capítulo, um novo algoritmo de conformação de feixe de posto reduzido baseado no critério MVDR foi apresentado. O algoritmo proposto é uma evolução do algoritmo JIO-CMV-SG, sendo capaz de atender à restrição linear de ganho unitário na direção do SOI, independente da inicialização ou de variações de cenário. Este capítulo mostra em detalhes a dedução do novo algoritmo, como também apresenta uma comparação de sua complexidade computacional com outros algoritmos relacionados. Um modelo estocástico de primeira ordem do algoritmo proposto é também apresentado, o qual possibilitou uma interpretação geométrica adequada do algoritmo ora obtido.

SIMULAÇÕES E RESULTADOS

A fim de verificar o desempenho do algoritmo proposto e compará-lo com outros algoritmos apresentados neste trabalho, neste capítulo alguns resultados de simulação são mostrados. Os cenários de simulação são criados virtualmente e os resultados são obtidos via simulação de Monte Carlo (MC), considerando 200 realizações independentes.

Os cenários de simulação utilizados aqui são obtidos considerando um arranjo ULA, com M elementos de antenas omnidirecionais (em que M pode variar conforme o experimento), espaçados $d = \lambda_c/2$ e oito usuários móveis (um de interesse e sete interferentes), todos transmitindo sinais independentes, gerados através de um processo de modulação QAM com 16 símbolos e com potência unitária. O ruído aditivo de medição é gaussiano branco e complexo, com média zero e variância $\sigma^2 = 0,1$. A dimensão do sinal de posto reduzido é $D = 4$. Para os algoritmos de posto reduzido, a inicialização dos coeficientes do filtro de conformação de feixe e da matriz de redução de posto são realizadas conforme proposto em [14], isto é, $\bar{\mathbf{w}}(0) = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$ e $\mathbf{S}_D(0) = [\mathbf{I}_D \ \mathbf{0}_{D \times (M-D)}^T]$, onde \mathbf{I}_D é uma matriz identidade de dimensão D e $\mathbf{0}_{D \times (M-D)}$ é uma matriz de zeros com dimensão $D \times (M - D)$. A inicialização do algoritmo CLMS, de posto completo, é feita com $\mathbf{w}(0) = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$. Essas inicializações garantem que o arranjo tenha ganho unitário em todas as direções no instante inicial.

Os valores dos passos de adaptação são obtidos experimentalmente, de modo que os algoritmos operem dentro do limite de estabilidade. Nos algoritmos de posto reduzido, optou-se por fazer $\mu_s = \mu_w$, uma vez que diferentes combinações de μ_s e μ_w são possíveis. O limite de estabilidade obtido experimentalmente para $M = 10$ é de aproximadamente $\mu = 0,02$, tanto para o algoritmo de posto completo quanto para os algoritmos de posto reduzido. Utilizou-se, entretanto, um passo de adaptação correspondente a 1/5 do limite de estabilidade, isto é, $\mu = 0,004$. Para arranjos com $M = 100$ utilizou-se $\mu = 0,0004$. A redução do passo de adaptação para arranjos maiores é devido ao aumento do traço da matriz de autocorrelação dos dados de entrada (consequente

do aumento no número de antenas), que é inversamente proporcional ao limite de estabilidade teórico [35].

Os diferentes algoritmos são comparados em termos da SINR obtido, da potência média do sinal desejado presente no sinal recebido pelo arranjo após a conformação de feixe, expressa por $E[\bar{\mathbf{w}}^H(i)\bar{\mathbf{d}}(i)\bar{\mathbf{d}}^H(i)\bar{\mathbf{w}}(i)]$ com $\bar{\mathbf{d}}(i) = s_s(i)\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)$, e do desempenho dos algoritmos verificados através do diagrama de irradiação correspondente.

5.1 EXEMPLO 1

O primeiro exemplo considera um ambiente estacionário em relação a $\mathbf{a}(\theta_s)$, no qual o ângulo de chegada do SOI é 30° e os sinais interferentes atingem o arranjo com ângulos de -60° , -45° , -30° , -15° , 0° , 45° e 60° .

No primeiro cenário, é considerado um ULA com 10 elementos de antenas. Os passos de adaptação para todos os algoritmos são $\mu = 0,004$. Na Figura 5.1 e 5.2 são mostrados os resultados em termos da SINR para esse cenário. A Figura 5.1 apresenta a evolução da SINR ao longo do tempo durante 100000 iterações, enquanto a Figura 5.2 mostra apenas as primeiras 1000 iterações, de modo que seja possível verificar com mais detalhe o comportamento da SINR durante o processo de convergência. O diagrama de irradiação resultante da conformação de feixe após a convergência dos algoritmos (obtido após 100000 iterações) é mostrado na Figura 5.3, enquanto a Figura 5.4 apresenta a potência média do sinal desejado presente no sinal recebido pelo arranjo de antenas.

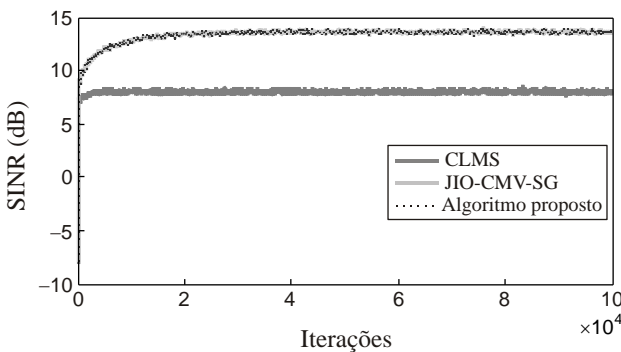


Figura 5.1 - Exemplo 1. Curvas de SINR ao longo de 100000 iterações para um cenário estacionário com $M = 10$.

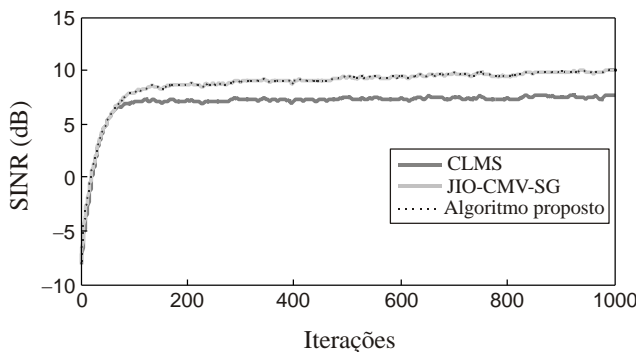


Figura 5.2 - Exemplo 1. Curvas de SINR ao longo de 1000 iterações para um cenário estacionário com $M = 10$.

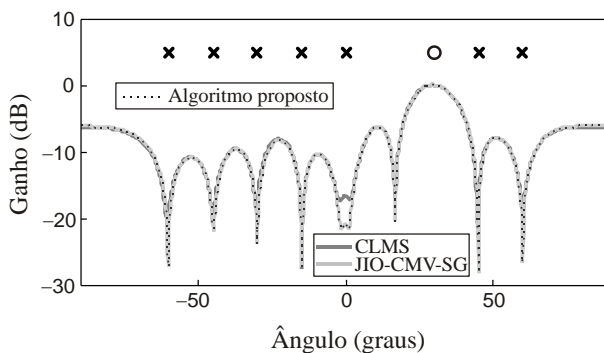


Figura 5.3 - Exemplo 1. Diagramas de irradiação para um cenário estacionário com $M = 10$.

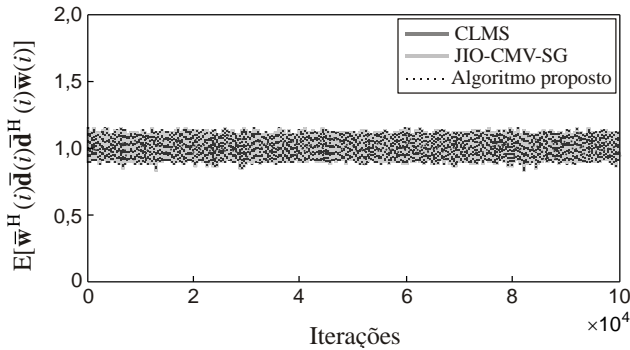


Figura 5.4 - Exemplo 1. Curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário estacionário com $M = 10$.

No segundo cenário, é considerado um ULA com 100 antenas. A evolução da SINR e o diagrama de irradiação são apresentados nas Figura 5.5 e 5.6, respectivamente.

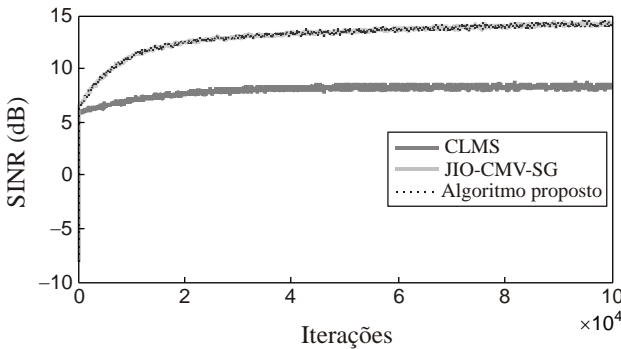


Figura 5.5 - Exemplo 1. Curvas de SINR ao longo de 100000 iterações para um cenário estacionário com $M = 100$.

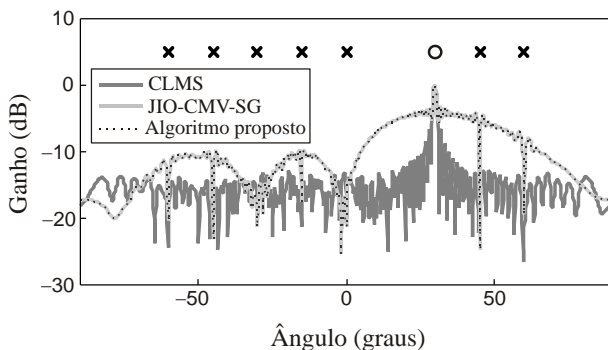


Figura 5.6 - Exemplo 1. Diagramas de irradiação para um cenário estacionário com $M = 100$.

A partir das Figura 5.1 a Figura 5.6 observa-se que o desempenho dos algoritmos JIO-CMV-SG e proposto são equivalentes para os cenários estacionários quando eles são inicializados conforme sugerido em [14]. Além disso, o algoritmo JIO-CMV-SG consegue satisfazer à restrição de ganho unitário, pois $\bar{\mathbf{w}}^H(0)\bar{\mathbf{a}}(\theta_s) = 1$. Entretanto, caso a inicialização dos algoritmos não atenda à restrição linear, mesmo que seja considerado um cenário estacionário, o desempenho do algoritmo JIO-CMV-SG será deteriorado. Com intuito de verificar o comportamento do algoritmo nessa situação, outros cenários de simulação são considerados. Todos os parâmetros foram mantidos iguais aos dos cenários anteriores, exceto apenas os vetores de inicialização dos coeficientes do filtro de conformação de feixe. O algoritmo CLMS é inicializado com $\mathbf{w}(0) = [1 \ 0 \ 0.5 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ e os algoritmos de posto reduzido com $\bar{\mathbf{w}}(0) = [1 \ 0 \ 0.5 \ 0]^T$. As Figura 5.7 e Figura 5.8 mostram os resultados de simulação para um cenário com 10 antenas. Os resultados para o cenário com 100 antenas são apresentados na Figura 5.9 e na Figura 5.10.

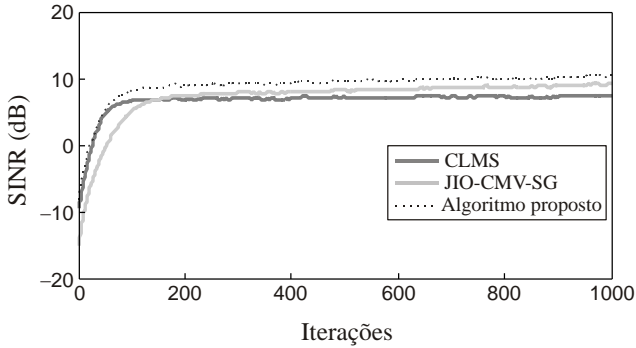


Figura 5.7 - Exemplo 1. Curvas de SINR para um cenário estacionário com $M = 10$ e inicialização diferente da proposta em [14].

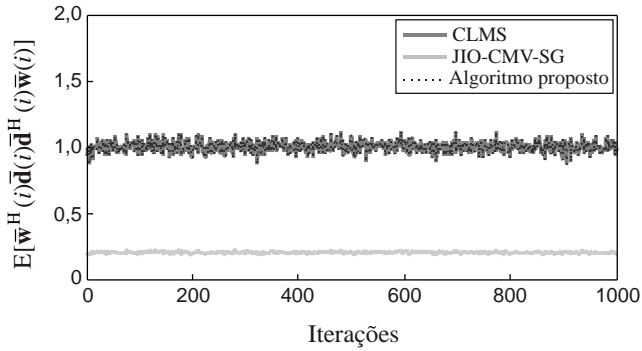


Figura 5.8 - Exemplo 1. Curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário estacionário com $M = 10$ e inicialização diferente da proposta em [14].

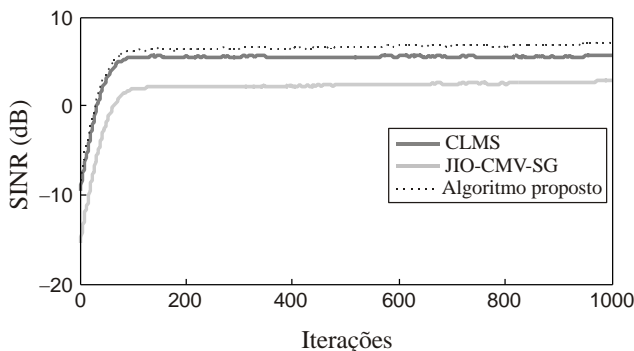


Figura 5.9 - Exemplo 1. Curvas de SINR para um cenário estacionário com $M = 100$ e inicialização diferente da proposta em [14].

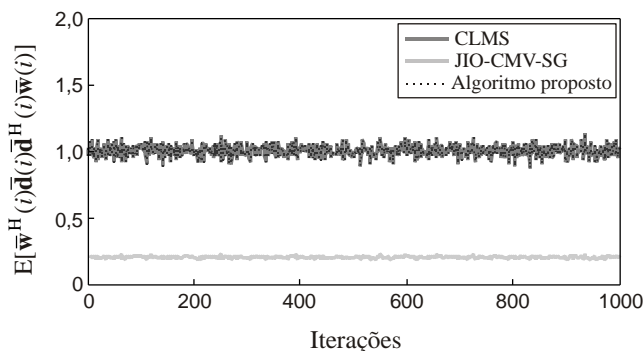


Figura 5.10 - Exemplo 1. Curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário estacionário com $M = 100$ e inicialização diferente da proposta em [14].

Este primeiro experimento permite, além de verificar o desempenho dos algoritmos discutidos neste trabalho para cenários estacionários, verificar também a robustez do algoritmo proposto quanto à inicialização dos coeficientes do filtro de conformação de feixe. As curvas de SINR e de potência média do sinal desejado na saída do filtro mostram uma degradação significativa do algoritmo JIO-CMV-SG quando na fase inicialização a restrição linear do problema de MVDR não é atendida.

5.2 EXEMPLO 2

No segundo exemplo são considerados cenários não estacionários. As simulações em cenários não estacionários são de grande importância, pois permitem avaliar o desempenho dos algoritmos em situações mais próximas da realidade. Nesse contexto, o sinal de interesse, inicialmente estacionário, desloca-se com velocidade angular constante, partindo da posição inicial de 30° até 45° , onde fica em uma direção coincidente com a de um sinal interferente. A movimentação do SOI ocorre entre as iterações 1000 e 2000. As direções de chegada dos sinais interferentes são mantidas em -60° , -45° , -30° , -15° , 0° , 45° e 60° .

No primeiro cenário é considerando um ULA com 10 antenas. O passo de adaptação usado para todos os algoritmos é $\mu = 0,004$. A Figura 5.11 mostra a evolução da SINR. As Figura 5.12 e Figura 5.13 apresentam, respectivamente, o diagrama de irradiação obtido na iteração 3000 e a potência média do sinal de interesse na saída do arranjo. A partir dessas figuras, verifica-se que, enquanto os algoritmos CLMS e o proposto conseguem atender à restrição de ganho unitário na direção do SOI quando este atinge a posição de 45° , o algoritmo JIO-CMV-SG praticamente anula o ganho nesta direção. Consequentemente, verifica-se uma acentuada degradação da SINR para o algoritmo JIO-CMV-SG e uma supressão quase que total da parcela do sinal desejado na saída do filtro de conformação de feixe.

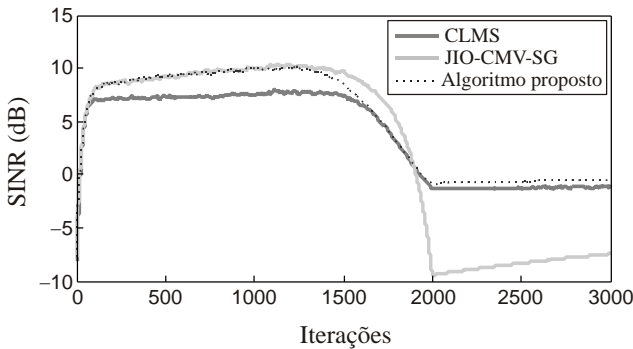


Figura 5.11 - Exemplo 2. Curvas de SINR para um cenário não estacionário com movimentação do SOI e $M = 10$.

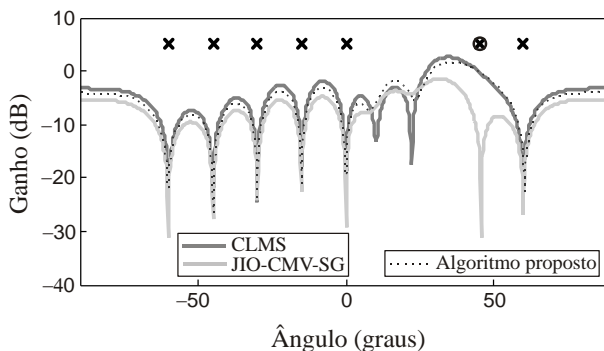


Figura 5.12 - Exemplo 2. Diagramas de irradiação para um cenário não estacionário com movimentação do SOI e $M = 10$.

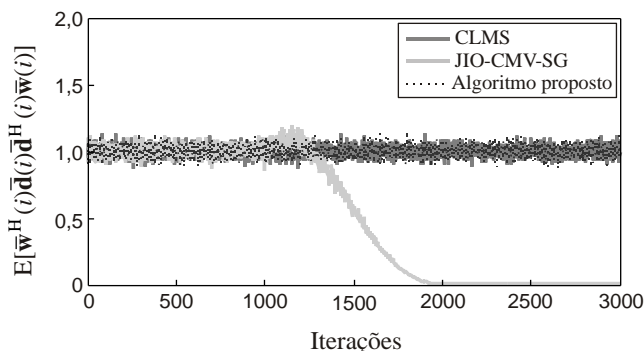


Figura 5.13 - Exemplo 2. Curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário não estacionário com movimentação do SOI e $M = 10$.

Em um segundo cenário, um arranjo com 100 antenas é avaliado. O passo de adaptação nesse caso é $\mu = 0,0004$. Os resultados são mostrados na Figura 5.14 e Figura 5.15. Novamente, observa-se uma severa degradação da SINR e da potência do sinal desejado presente na saída do filtro de conformação de feixe para o algoritmo JIO-CMV-SG. Enquanto os algoritmos CLMS e o proposto conseguem manter a potência do sinal desejado na saída do arranjo próxima da unidade, para o algoritmo JIO-CMV-SG, a potência na saída é praticamente nula.

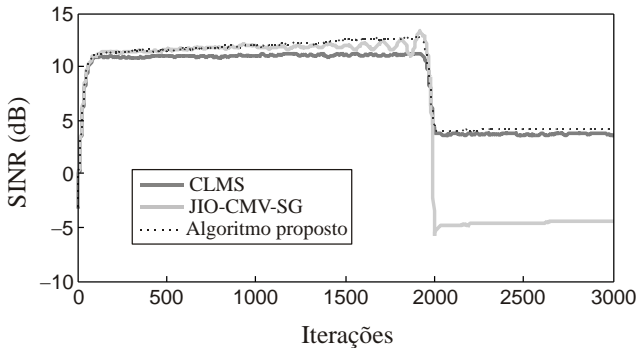


Figura 5.14 - Exemplo 2. Curvas de SINR para um cenário não estacionário com movimentação do SOI e $M = 100$.

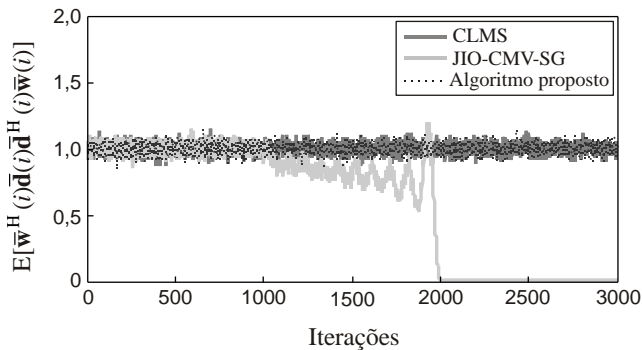


Figura 5.15 - Exemplo 2. Curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário não estacionário com movimentação do SOI e $M = 100$.

5.3 EXEMPLO 3

O terceiro exemplo considera também um cenário não estacionário. Nesse caso, o SOI e as interferências são estacionários, isto é, o ângulo de chegada do SOI é 30° e os sinais interferentes atingem o arranjo com ângulos de -60° , -45° , -30° , -15° , 0° , 45° e 60° . No entanto, após 2000 iterações, um novo interferente, com potência unitária e ângulo de chegada de 20° , é adicionado. Os resultados de simulação para um cenário com 10 antenas são mostrados nas Figura 5.16 e Figura 5.18. Resultados para o cenário com 100 antenas são apresentados na Figura

5.19. É possível verificar, a partir dessas figuras, que os dois algoritmos de posto reduzido possuem desempenho semelhante para o cenário com inserção de novo interferente. De fato, esse exemplo serve para ilustrar o que foi avaliado na análise estocástica dos algoritmos. As equações de atualização dos coeficientes de ambos os algoritmos possuem termos que visam reduzir suas contribuições na direção do subespaço dos interferentes, o que permite que ambos consigam suprimir tais sinais indesejáveis.

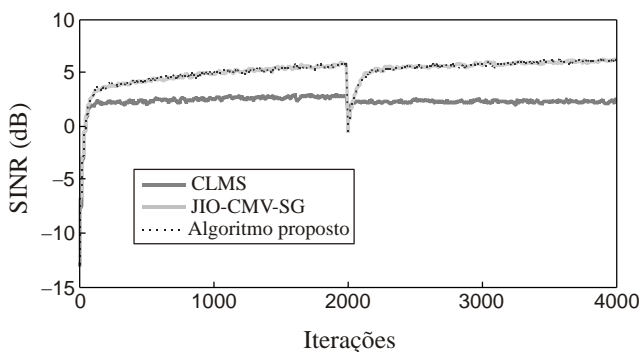


Figura 5.16 - Exemplo 3. Curvas de SINR para um cenário não estacionário com inserção de novo interferente $M = 10$.

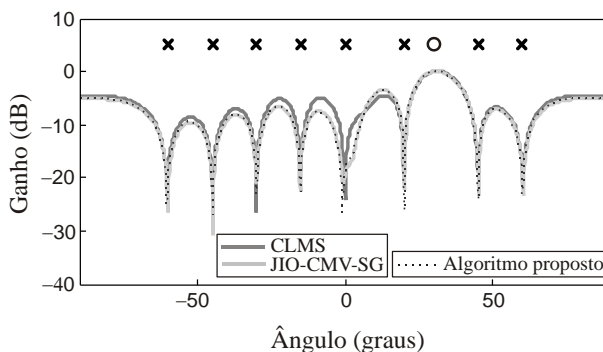


Figura 5.17 - Exemplo 3. Diagramas de irradiação para um cenário não estacionário com inserção de novo interferente e $M = 10$.

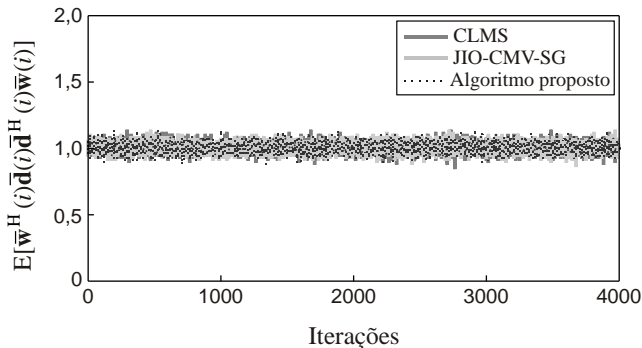


Figura 5.18 - Exemplo 3. Curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário não estacionário com inserção de novo interferente e $M = 10$.

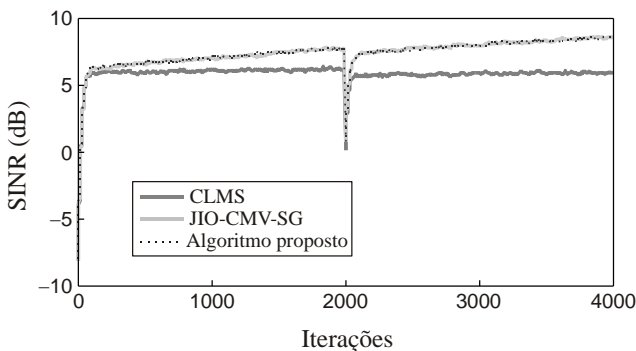


Figura 5.19 - Exemplo 3. Curvas de SINR para um cenário não estacionário com inserção de novo interferente e $M = 100$.

5.4 EXEMPLO 4

Neste exemplo, outros cenários não estacionários são avaliados, nos quais o ângulo de chegada do SOI varia abruptamente de sua posição inicial de 30° para sua posição final de 0° . Embora esse cenário não represente muito bem situações reais, ele permite uma melhor compreensão do comportamento dos algoritmos.

A Figura 5.20 mostra as curvas de SINR para o cenário com 10 antenas. Os diagramas de irradiação e as curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo são apresentados, respectivamente, nas

Figura 5.21 e Figura 5.22. A Figura 5.23 apresenta as curvas de SINR e a Figura 5.24, as curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário com 100 antenas. Através dessas figuras, pode-se verificar que os algoritmos CLMS e o proposto conseguem se adaptar às variações de cenário, mantendo a restrição de ganho unitário na direção do SOI (o que pode ser verificado através do diagrama de irradiação). O algoritmo JIO-CMV-SG, por sua vez, apresenta um ganho muito baixo nessa direção.

Embora a SINR do algoritmo JIO-CMV-SG tente se aproximar do valor da SINR do algoritmo proposto, ela o faz apenas reduzindo o ganho na direção dos interferentes, sem aumentar o ganho na direção do SOI. Além disso, a velocidade de convergência do algoritmo JIO-CMV-SG é reduzida em função da redução do valor médio de $\bar{x}(n)$, como consequência da redução de ganho na direção do SOI.

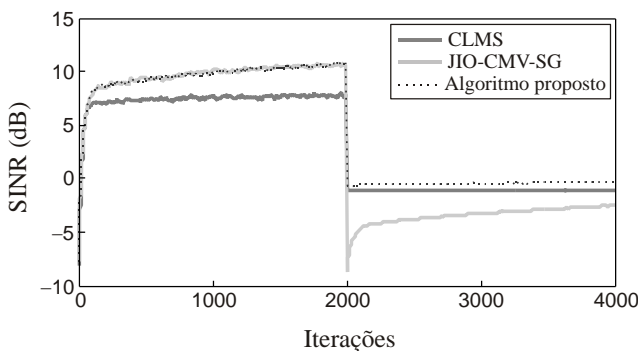


Figura 5.20 - Exemplo 4. Curvas de SINR para um cenário não estacionário com movimentação abrupta do SOI e $M = 10$.

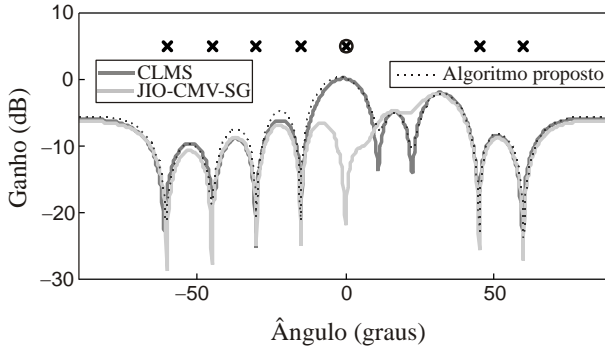


Figura 5.21 - Exemplo 4. Diagramas de irradiação para um cenário não estacionário com movimentação abrupta do SOI e $M = 10$.

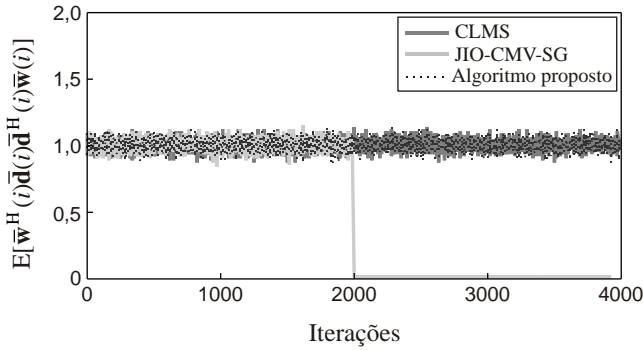


Figura 5.22 - Exemplo 4. Curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário não estacionário com movimentação abrupta e $M = 10$.

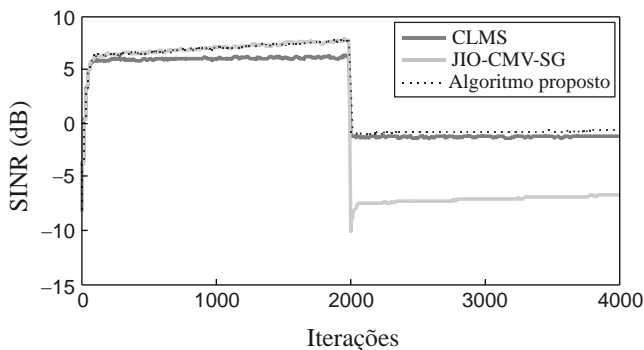


Figura 5.23 - Exemplo 4. Curvas de SINR para um cenário não estacionário com movimentação abrupta do SOI e $M = 100$.

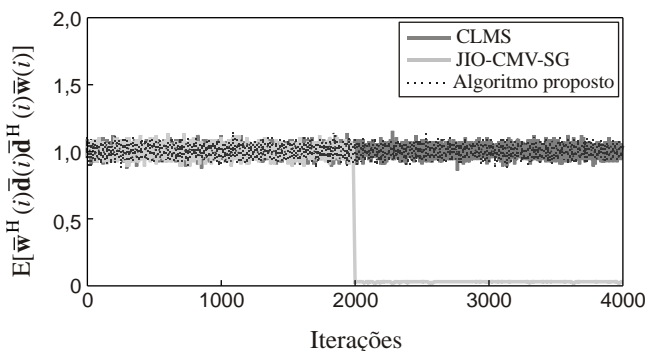


Figura 5.24 - Exemplo 4. Curvas de potência média do sinal desejado na saída do arranjo após a conformação de feixe para um cenário não estacionário com movimentação abrupta e $M = 100$.

5.5 CONCLUSÕES

Neste capítulo, foram apresentados os resultados de simulações numéricas para quatro exemplos com o intuito de verificar o desempenho do algoritmo proposto e compará-lo com os algoritmos CLMS e JIO-CMV-SG.

No primeiro exemplo, foi avaliado o desempenho dos algoritmos em um cenário estacionário (sem movimentação do SOI e dos interferentes) sob diferentes inicializações. Os exemplos seguintes trataram de cenários não estacionários. O segundo exemplo avaliou o

desempenho dos algoritmos em que a posição do SOI era modificada gradativamente. O terceiro exemplo tratou de um cenário em que um novo interferente era inserido durante a operação do algoritmo. Tais exemplos são importantes pois correspondem a situações comuns em sistemas reais. Por último, um quarto exemplo considera um caso em que a direção de chegada do SOI era abruptamente alterada. Esse último exemplo, embora não represente uma situação real, é importante para compreender melhor o funcionamento do algoritmo proposto.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, foi apresentado um novo algoritmo adaptativo para solução do problema MVDR de posto reduzido aplicado à conformação de feixe em arranjo de antenas. O algoritmo proposto é baseado no algoritmo CLMS, já consagrado na literatura, e também na estrutura de redução de posto utilizada pelo algoritmo JIO-CMV-SG. O novo algoritmo foi desenvolvido a fim de contornar os problemas do algoritmo JIO-CMV-SG, que é incapaz de atender à restrição de ganho unitário na direção do SOI sob determinadas condições. Análises teóricas foram feitas para verificar o comportamento de ambos os algoritmos (JIO-CMV-SG e proposto) e resultados de simulações permitiram comparar o desempenho desses algoritmos sob diversas condições de operação.

6.1 SUMÁRIO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

No primeiro capítulo, foram apresentados os principais desafios dos sistemas de comunicação sem fio face ao surgimento de novas tecnologias e serviços, que têm aumentado sobremaneira o tráfego de informação, demandando maiores velocidades na transferência de dados. Como proposta para superar tais desafios, foram apresentados os sistemas de antenas inteligentes e as principais vantagens desses sistemas. Ainda nesse capítulo, foram discutidos os sistemas de antenas inteligentes massivos (MIMO massivo), seus benefícios e os novos desafios. Por fim, foi apresentada a proposta deste trabalho.

No Capítulo 2, foram discutidos os fundamentos da conformação de feixe em arranjo de antenas, incluindo os princípios básicos dos arranjos de antenas e o modelo dos sinais para um arranjo linear uniforme. Em seguida, foram apresentados os princípios da conformação adaptativa de feixe e dos algoritmos adaptativos aplicados à conformação de feixe.

No terceiro capítulo, foram apresentados os critérios LCMV e MVDR de posto completo, em conjunto com suas descrições matemáticas e a derivação de soluções ótimas através do método dos multiplicadores de Lagrange. Em seguida, foi discutido o algoritmo CLMS, o qual é utilizado para resolver iterativamente os problemas LCMV e MVDR.

Ainda nesse capítulo, foi introduzido o problema de redução de posto, o critério MVDR de posto reduzido, a derivação da sua solução ótima e o algoritmo JIO-CMV-SG, o qual é capaz de resolver iterativamente o problema MVDR de posto reduzido. Além disso, foi demonstrado matematicamente que o algoritmo JIO-CMV-SG é incapaz de atender à restrição linear do problema MVDR sob determinadas condições.

No Capítulo 4, foi desenvolvido o novo algoritmo de conformação de feixe de posto reduzido baseado no critério de MVDR. O desenvolvimento desse algoritmo, mostrado em detalhes no capítulo, foi feito com base em um processo de otimização conjunta, visando garantir que a restrição linear fosse atendida tanto na etapa de atualização da matriz de redução de posto quanto na atualização dos coeficientes do filtro de conformação de feixe de posto reduzido. Conforme demonstrado, o algoritmo é capaz de atender à restrição linear sob qualquer condição de operação. Ainda no Capítulo 4, foi apresentada a análise de complexidade computacional do algoritmo proposto, permitindo compará-la com a dos algoritmos JIO-CMV-SG e CLMS, bem como foi formulada uma modelagem estocástica de primeira ordem do algoritmo proposto, que possibilitou interpretar geometricamente o funcionamento desse algoritmo.

Por fim, no Capítulo 5, foram apresentados os resultados de simulações que permitiram verificar o desempenho do algoritmo proposto e compará-lo com os algoritmos CLMS e JIO-CMV-SG.

No primeiro exemplo, foram avaliados o desempenho dos algoritmos em cenários estacionários, isto é, sem movimentação dos usuários. Nesse experimento, foi possível verificar que o desempenho dos algoritmos de posto reduzido supera o algoritmo de posto completo (CLMS) em termos de SINR. Além disso, foi possível ainda verificar que o desempenho do algoritmo JIO-CMV-SG pode ser degradado caso a restrição linear não seja atendida no momento da inicialização do algoritmo.

No segundo exemplo, avaliou-se o desempenho dos algoritmos em um cenário onde a posição do SOI varia gradualmente. Através desse exemplo foi possível verificar a inabilidade do algoritmo JIO-CMV-SG durante variações na posição do SOI, permitindo ainda verificar que o desempenho do algoritmo JIO-CMV-SG pode ser severamente degradado nos casos em que o vetor diretor do SOI se mova na direção do espaço nulo de $\mathbf{S}_D(n)\bar{\mathbf{w}}(n)$. O algoritmo proposto, por sua vez, mostrou-se capaz de atender à restrição linear independente das variações na posição do SOI.

O terceiro exemplo avaliou o desempenho dos algoritmos em uma situação em que um novo interferente foi introduzido ao longo do processo iterativo e, por fim, o quarto exemplo avaliou o desempenho dos algoritmos em uma situação em que a posição do SOI varia abruptamente. Esses dois últimos exemplos permitiram verificar melhor as observações tiradas a partir dos modelos estocásticos dos algoritmos. Conforme discutido no Capítulo 4 e verificado através dos resultados de simulações apresentados no Capítulo 5, a equação de atualização dos coeficientes do algoritmo proposto leva em consideração uma parcela que visa reduzir a contribuição dos coeficientes na direção do subespaço das interferências e outra parcela na direção do vetor diretor do SOI; a equação de atualização dos coeficientes do algoritmo JIO-CMV-SG, por outro lado, leva em consideração apenas uma parcela dos coeficientes presente no subespaço das interferências mais ruído e ortogonal ao vetor diretor do SOI, de modo que o vetor de coeficientes *a posteriori* não tem inovação na direção do vetor diretor do SOI. Dessa forma, embora ambos os algoritmos de posto reduzido tenham a habilidade de reduzir o ganho do padrão de irradiação nas direções dos SNOI, apenas o algoritmo proposto tem a capacidade de rastrear o SOI, mantendo ganho unitário na sua direção.

Sendo assim, diante do que foi apresentado, a principal contribuição deste trabalho foi o desenvolvimento de um novo algoritmo para conformação de feixe em arranjo de antenas baseado no critério MVDR de posto reduzido. O novo algoritmo é capaz de atender à restrição linear estabelecida pelo critério MVDR durante todo o processo iterativo, sob qualquer condição de inicialização e quaisquer variações nas posições dos sinais de interesse ou interferentes. Além disso, o trabalho explorou também um modelo estocástico de primeira ordem dos coeficientes de posto reduzido, que permitiu uma melhor compreensão do funcionamento de tal algoritmo. Resultados de simulação permitiram verificar um desempenho superior do algoritmo proposto frente ao algoritmo JIO-CMV-SG.

6.2 TRABALHO PUBLICADO

Durante a realização deste trabalho, o seguinte artigo foi publicado:

- G. M. Zilli, C. A. Pitz, E. L. O. Batista, R. Seara, “Um Novo Algoritmo Adaptativo de Posto Reduzido para Conformação de Feixe em Sistemas de Comunicações Móveis”, *XXXIII Simpósio Brasileiro de*

Telecomunicações (SBrT 2015), Juiz de Fora - MG, Brasil, Set. 2015.

6.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões para continuidade deste trabalho, sugere-se:

- Desenvolver a modelagem estocástica completa do algoritmo proposto, visando encontrar expressões que descrevam o comportamento médio dos coeficientes da matriz de redução de posto e do vetor de conformação de feixe, e que permitam determinar, por exemplo, o limite de estabilidade do algoritmo.
- Buscar técnicas que minimizem o esforço computacional do algoritmo, como por exemplo, técnicas de atualização parcial dos coeficientes.
- Buscar uma solução multiusuário que utilize uma única matriz de redução de posto (comum a todos os usuários) com o intuito de reduzir a carga computacional, uma vez que a maior parte do custo computacional está concentrado no cálculo dessa matriz.

APÊNDICE

A. PROJEÇÕES OBLÍQUAS

As projeções lineares podem ser classificadas em duas categorias: projeções ortogonais e projeções oblíquas. A maioria dos cursos de Álgebra Linear, no entanto, restringe-se ao estudo das projeções ortogonais, que por sua vez, são consideradas um caso especial das projeções oblíquas. A diferença, de acordo com [36], está na direção da projeção: quando a direção de projeção é ortogonal ao subespaço onde o vetor está sendo projetado, a projeção é ortogonal; caso contrário, a projeção é oblíqua. A Figura A.1 ilustra dois exemplos dessas projeções.

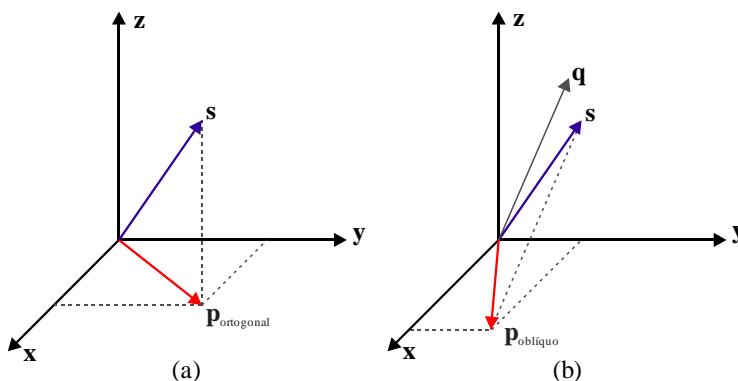


Figura A.1 - Exemplo de (a) projeção ortogonal e de (b) projeção oblíqua.

A Figura A.1 (a) mostra um exemplo de projeção ortogonal em que o vetor s é projetado no plano xy ao longo de z (z é ortogonal ao plano xy). A Figura A.1 (b), por sua vez, mostra a projeção do vetor s no plano xy ao longo de q (e q não é ortogonal ao plano xy).

Seja $S \in \mathbb{C}^n$ o espaço formado pela soma direta de dois subespaços X e Y complementares, isto é, $S = X + Y$ e $X \cap Y = \mathbf{0}$, tal que S pode ser escrito como $S = X \oplus Y$. O operador que faz a projeção de um vetor $s \in S$ no subespaço X na direção paralela à Y é determinado por

$$\mathbf{P}_{X,Y} = \mathbf{U}(\mathbf{V}^H \mathbf{U})^\dagger \mathbf{V}^H \quad (\text{A.1})$$

onde $X = \text{Range}(\mathbf{U})$ e $Y = \text{Null}(\mathbf{V}^H)$ [37]–[39]. Em outras palavras, o operador $\mathbf{P}_{X,Y}$ projeta um vetor no espaço gerado por \mathbf{U} na direção do espaço nulo de \mathbf{V}^H , ou ainda, na direção $\text{Range}(\mathbf{V})^\perp$. A Figura A.2 apresenta a interpretação geométrica da projeção oblíqua.

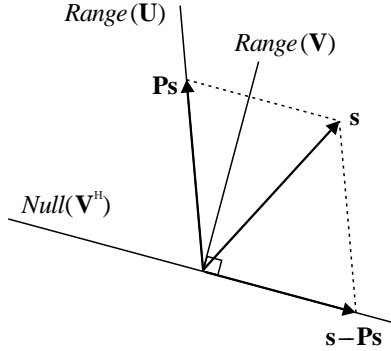


Figura A.2 - Representação geométrica da projeção oblíqua.

A matriz \mathbf{P} possui as seguintes propriedades [40]:

- $\mathbf{P}^n = \mathbf{P}$, isto é, \mathbf{P} é idempotente;
- $\mathbf{I} - \mathbf{P}$ é a projeção complementar, isto é, a projeção em Y ao longo do subespaço X ;
- $\text{Range}(\mathbf{P}) = \text{Null}(\mathbf{I} - \mathbf{P}) = X$
- $\text{Range}(\mathbf{I} - \mathbf{P}) = \text{Null}(\mathbf{P}) = Y$

REFERÊNCIAS

- [1] R. D. Murch and K. B. Letaief, “Antenna systems for broadband wireless access,” *IEEE Commun. Mag.*, vol. 40, no. 4, pp. 76–83, 2002.
- [2] C. A. Balanis and P. I. Ioannides, *Introduction to Smart Antennas*. San Rafael, CA: Morgan & Claypool Publishers, 2007.
- [3] J. H. Winters, “Smart antennas for wireless systems,” *IEEE Pers. Commun.*, vol. 5, no. 1, pp. 23–27, 1998.
- [4] L. C. Godara, *Smart Antennas*. Boca Raton, FL: CRC Press, 2004.
- [5] A. Molisch, “Multiantenna Systems,” in *Wireless Communications*, 2nd ed., Chichester, UK: Wiley-IEEE Press, 2011.
- [6] E. Larsson, O. Edfors, F. Tufvesson, and T. Marzetta, “Massive MIMO for next generation wireless systems,” *IEEE Commun. Mag.*, vol. 52, no. 2, pp. 186–195, Feb. 2014.
- [7] J. H. Winters, “On the capacity of radio communication systems with diversity in a Rayleigh fading environment,” *Sel. Areas Commun. IEEE J.*, vol. SAC-5, no. 5, pp. 871–878, 1987.
- [8] T. L. Marzetta, “Noncooperative Cellular Wireless with Unlimited Numbers of Base Station Antennas,” *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, vol. 9, no. 11, pp. 3590–3600, Nov. 2010.
- [9] L. Lu, G. Y. Li, A. L. Swindlehurst, A. Ashikhmin, and R. Zhang, “An Overview of Massive MIMO: Benefits and Challenges,” *IEEE J. Sel. Top. Signal Process.*, vol. 8, no. 5, pp. 742–758, Oct. 2014.
- [10] F. Rusek, D. Persson, E. G. Larsson, T. L. Marzetta, and F. Tufvesson, “Scaling Up MIMO: Opportunities and Challenges with Very Large Arrays,” *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 30, no. 1, pp.

40–60, Jan. 2013.

- [11] L. J. Griffiths, “A simple adaptive algorithm for real-time processing in antenna arrays,” *Proc. IEEE*, vol. 57, no. 10, pp. 1696–1704, 1969.
- [12] O. L. Frost, “An algorithm for linearly constrained adaptive array processing,” *Proc. IEEE*, vol. 60, no. 8, pp. 926–935, 1972.
- [13] R. C. de Lamare, “Adaptive reduced-rank LCMV beamforming algorithms based on joint iterative optimisation of filters,” *Electron. Lett.*, vol. 44, no. 9, p. 565, 2008.
- [14] R. C. de Lamare, L. Wang, and R. Fa, “Adaptive reduced-rank LCMV beamforming algorithms based on joint iterative optimization of filters: Design and analysis,” *Signal Processing*, vol. 90, no. 2, pp. 640–652, Feb. 2010.
- [15] C. A. Balanis, “Antenna theory: A review,” *Proc. IEEE*, vol. 80, no. 1, pp. 7–23, 1992.
- [16] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 3rd ed. New York: Wiley, 2005.
- [17] S. Applebaum, “Adaptive arrays,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 24, no. 5, pp. 585 – 598, 1976.
- [18] R. A. Monzingo, R. Haupt, and T. Miller, *Introduction to Adaptive Arrays*, 2nd. ed. Raleigh, NC: SciTech Publishing, 2011.
- [19] B. Allen and M. Ghavami, *Adaptive Array Systems: Fundamentals and applications*, 1st ed. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Inc., 2005.
- [20] J. Litva and T. K. Lo, *Digital Beamforming in Wireless Communications*. Norwood, MA: Artech House, Inc., 1996.
- [21] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 4th ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002.
- [22] D. H. Brandwood, “A complex gradient operator and its application

- in adaptive array theory,” *IEE Proc. H Microwaves, Opt. Antennas*, vol. 130, no. 1, p. 11, 1983.
- [23] W. Y. Shiu, “Noniterative digital beamforming in CDMA cellular communications systems,” Queen’s University, 1998.
- [24] R. C. de Lamare, “Low-Rank Signal Processing: Design, Algorithms for Dimensionality Reduction and Applications,” 03-Aug-2015. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1508.00636>.
- [25] J. S. Goldstein and I. S. Reed, “Reduced-Rank Adaptive Filtering,” vol. 45, no. 2, pp. 90–93, 1997.
- [26] R. C. de Lamare and R. Sampaio-Neto, “Adaptive reduced-rank equalization algorithms based on alternating optimization design techniques for MIMO systems,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 60, no. 6, pp. 2482–2494, 2011.
- [27] E. L. Santos, M. D. Zoltowski, and M. Rangaswamy, “Indirect dominant mode rejection: A solution to low sample support beamforming,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, no. 7 I, pp. 3283–3293, 2007.
- [28] R. C. de Lamare and R. Sampaio-Neto, “Reduced-Rank Adaptive Filtering Based on Joint Iterative Optimization of Adaptive Filters,” pp. 1–10, May 2012.
- [29] R. C. de Lamare and M. J. Lowe, “A reduced-rank approach to adaptive linearly constrained minimum variance beamforming based on joint iterative optimization of adaptive filters,” in *2008 IEEE 9th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, 2008, vol. 58, no. 6, pp. 151–155.
- [30] R. Wang, S. Li, X. He, D. Zhang, and G. Li, “Robust direction-adaptive based reduced-rank beamforming algorithm,” in *2014 9th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, 2014, pp. 2061–2064.
- [31] Y. Wang, L. Huang, and Y. Shi, “Robust Widely Linear Reduced-Rank Adaptive Beamforming Based on Joint Iterative Optimization,” in *2014 Fourth International Conference on*

Instrumentation and Measurement, Computer, Communication and Control, 2014, pp. 366–369.

- [32] L. Wang and R. C. de Lamare, “Adaptive reduced-rank constrained constant modulus beamforming algorithms based on joint iterative optimization of filters,” in *2009 IEEE/SP 15th Workshop on Statistical Signal Processing*, 2009, pp. 153–156.
- [33] L. Wang, R. C. De Lamare, and M. Yukawa, “Adaptive reduced-rank constrained constant modulus algorithms based on joint iterative optimization of filters for beamforming,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 58, no. 6, pp. 2983–2997, 2010.
- [34] L. Wang and R. C. de Lamare, “Adaptive reduced-rank least squares beamforming algorithm based on the set-membership framework,” in *2010 Conference Record of the Forty Fourth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 2010, pp. 1935–1939.
- [35] P. S. R. Diniz, *Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation*, 4th ed. New York, NY: Springer US, 2013.
- [36] G. Farin and D. Hansford, *Practical Linear Algebra: A Geometry Toolbox*, 3rd ed. Boca Raton, FL: Taylor & Francis Group, LCL, 2014.
- [37] L. Rebollo-Neira, “Constructive updating/downdating of oblique projectors: a generalization of the Gram–Schmidt process,” *J. Phys. A Math. Theor.*, vol. 40, no. 24, 2007.
- [38] V. Simoncini and D. B. Szyld, “On the field of values of oblique projections,” *Linear Algebra Appl.*, vol. 433, no. 4, pp. 810–818, Oct. 2010.
- [39] A. Černý, “Characterization of the oblique projector $U(VU)^\dagger V$ with application to constrained least squares,” *Linear Algebra Appl.*, vol. 431, no. 9, pp. 1564–1570, Oct. 2009.
- [40] C. D. Meyer, *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000.